

Т.А. АЛДАМУРАТОВА, К.С. БАЙШОЛАНОВА,
Е.С. БАЙШОЛАНОВ

МАТЕМАТИКА

В двух частях

Часть 2

Учебник для 5 класса общеобразовательной школы

5

Рекомендовано Министерством образования
и науки Республики Казахстан



Алматы «Атамұра» 2017

УДК 373.167.1

ББК 22.1я72

А 45

Учебник подготовлен в соответствии с Типовой программой по предмету «Математика» для 5–6 классов основного среднего образования по обновленному содержанию, утвержденной Министерством образования и науки РК.

Рецензенты:

Отеш Абдимажит Конырбайұлы – директор физико-математического лицея №178 г. Алматы, кавалер ордена «Құрмет»

Симакина Галина Николаевна – отличник народного образования КазССР, учитель высшей категории школы для одаренных детей «Зерде» г. Астаны

Условные обозначения:



– задания для предварительной подготовки к усвоению новой темы;



– вопросы по основному материалу темы;



– исторические сведения;

А – упражнения первого уровня;

В – упражнения второго уровня;

С – упражнения третьего уровня;

синий цвет – упражнения для повторения;

***** – задачи повышенной трудности;

***** – задачи на смекалку;

в рамке – упражнения логического характера;

▲ – задачи с одним условием и различными вопросами;

● – вопросы к заданию;

★ – проблемные задачи (использование информационно-коммуникационных технологий – ИКТ);

▲ – ответы к упражнениям по данной теме;

? – задание для самостоятельного усвоения новой темы;

||| – так отмечены ожидаемые ответы учащихся на поставленные проблемы (вопросы), а также выводы.

Алдамуратова Т.А. и др.

А 45 Математика. Учебник для 5 кл. общеобразоват. шк. В 2 ч./ Т.А. Алдамуратова, К.С. Байшолонова, Е.С. Байшолонов. – Алматы: Атамұра, 2017. – 192 стр.

ISBN 978-601-306-724-7

ч. 2 – 2017. – 192 с.

ISBN 978-601-306-726-1

УДК 373.167.1

ББК 22.1я72

ISBN 978-601-306-726-1 – (ч. 2)

ISBN 978-601-306-724-7

© Алдамуратова Т.А., Байшолонова К.С.,
Байшолонов Е.С., 2017

© «Атамұра», 2017

$1 = \frac{7}{7}$ составляют 315 часов.

$$\frac{3}{7} \text{ — ? (часов).}$$

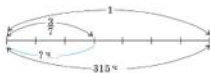


Рис. 3.41

1) $315 : 7 = 45$ (часов) — $\frac{1}{7}$ от 315 часов;

2) $45 \cdot 3 = 135$ (наручных часов) — $\frac{3}{7}$ от 315 часов.

Решить задачу можно, составив выражение $(315 : 7) \cdot 3$.

$$(315 : 7) \cdot 3 = \frac{315}{7} \cdot 3 = \frac{315 \cdot 3}{7} = 315 \cdot \frac{3}{7}.$$

Значит, чтобы найти $\frac{3}{7}$ от числа 315, нужно число 315 умножить на дробь $\frac{3}{7}$.

$$315 \cdot \frac{3}{7} = \frac{315 \cdot 3}{\cancel{7}^{\cancel{45}}_1} = 135 \text{ (наручных часов).}$$

Ответ: 135 наручных часов.

Чтобы найти дробь от числа, нужно умножить число на эту дробь.

Например, найдем $1\frac{1}{8}$ от числа $5\frac{1}{3}$.

$$5\frac{1}{3} \cdot 1\frac{1}{8} = \frac{16}{3} \cdot \frac{9}{8} = \frac{\cancel{16}^2 \cdot \cancel{9}^3}{\cancel{3}_1 \cdot \cancel{8}_2} = 6.$$

II. Нахождение числа по его дроби.

Задача 2. В библиотеке ученика 70 учебников, что составляет $\frac{2}{5}$ всех книг его библиотеки. Сколько всего книг у ученика?

Решение. По условию задачи, 70 книг — это $\frac{2}{5}$ части всех книг в библиотеке. По рисунку 3.42 видно, что

$\frac{2}{5}$ составляют 70 книг.

$$1 = \frac{5}{5} \text{ — ? (книг).}$$

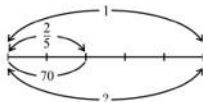


Рис. 3.42

Если $\frac{2}{5}$ всех книг в библиотеке составляют 70 книг, то $\frac{1}{5}$ часть всех книг равна: $70 : 2 = 35$ книг.

Количество всех книг в библиотеке выражается дробью $\frac{5}{5}$, или $\frac{1}{5} \cdot 5$. Тогда $35 \cdot 5 = 175$ (книг).

Эти два действия можно объединить: $(70 : 2) \cdot 5 = 175$ (книг).

Значит, чтобы найти число, $\frac{2}{5}$ которого равны 70, нужно 70 разделить на числитель дроби и результат умножить на ее знаменатель или число 70 разделить на дробь $\frac{2}{5}$.

$$70 : \frac{2}{5} = \frac{70 \cdot 5}{2} = 175 \text{ (книг)}.$$

Ответ: 175 книг.

Чтобы найти число по его дроби, нужно разделить на эту дробь число, ей соответствующее.

Задача 3. Машина проехала расстояние, равное 145 км, что составляет $\frac{5}{9}$ всего намеченного пути. Каков весь путь?

Решение (образец): $145 : \frac{5}{9} = \frac{145 \cdot 9}{5} = 261$ (км).

Ответ: 261 км.

Число по его части, выраженной дробью, можно найти, составив уравнение.

Задача 4. $\frac{5}{7}$ отрезка равны 15 см. Найдите длину отрезка.

Решение (образец): Пусть x — длина отрезка. По условию задачи, 15 см составляют $\frac{5}{7}$ длины отрезка. Значит, $\frac{5}{7}x = 15$. Тогда $x = 15 : \frac{5}{7} = 15 \cdot \frac{7}{5} = 21$.

Ответ: 21 см.



1. Сформулируйте правило нахождения дроби от числа. Приведите примеры.
2. Сформулируйте правило нахождения числа по его дроби. Приведите примеры.

666. Найдите дробь от числа (устно):

1) $\frac{1}{4}$ от 32;

3) $\frac{3}{5}$ от 25;

5) $\frac{4}{5}$ от 35;

2) $\frac{1}{2}$ от 100;

4) $\frac{7}{10}$ от 60;

6) $\frac{1}{3}$ от 15.

667. Найдите дробь от числа:

1) $\frac{3}{5}$ от 15;

4) $\frac{1}{4}$ от 60;

7) $\frac{3}{5}$ от 30;

2) $\frac{4}{5}$ от 20;

5) $\frac{3}{4}$ от 45;

8) $\frac{3}{10}$ от 120;

3) $\frac{5}{6}$ от 48;

6) $\frac{3}{7}$ от 70;

9) $\frac{2}{3}$ от 150.

668. Найдите число, если:

1) $\frac{1}{4}$ его равны 80; 4) $\frac{1}{5}$ его равны 20; 7) $\frac{2}{3}$ его равны 10;

2) $\frac{1}{10}$ его равны 10; 5) $\frac{3}{4}$ его равны 60; 8) $\frac{5}{6}$ его равны 50;

3) $\frac{1}{2}$ его равны 30; 6) $\frac{3}{5}$ его равны 90; 9) $\frac{3}{7}$ его равны 30.

669. Найдите дробь от величин:

1) $\frac{3}{4}$ от 8 м;

3) $\frac{2}{5}$ от 10 т;

5) $\frac{5}{6}$ от 8 ч;

2) $\frac{5}{8}$ от 12 дм;

4) $\frac{3}{10}$ от 5 кг;

6) $\frac{3}{4}$ от 20 мин.

670. 1) Из 75 м ткани $\frac{2}{5}$ пошло на пошив платьев. Сколько метров ткани израсходовали на платья?

2) Вода составляет $\frac{13}{20}$ массы человека. Сколько воды содержится в организме человека, если его масса равна 75 кг?

3) В классе 30 учеников. Из них $\frac{3}{5}$ составляют девочки. Сколько девочек в классе?

671. 1) Продолжительность жизни белки 6 лет, что составляет $\frac{3}{5}$ продолжительности жизни зайца. Сколько лет живет заяц?



2) Сколько тонн свеклы нужно переработать, чтобы получить 12 т сахара, если $\frac{3}{20}$ сахарной свеклы составляет сахар?

3) Какова наибольшая удаленность искусственного спутника Земли, если $\frac{2}{5}$ удаленности его от Земли равны 380 км?

672. В упражнении 80 слов. Из них $\frac{1}{4}$ слов составляют имена существительные, $\frac{3}{10}$ – глаголы, а остальную часть – другие части речи. Сколько в упражнении имен существительных? глаголов? других частей речи?

673. Ширина прямоугольника $4\frac{1}{5}$ см, что составляет $\frac{1}{2}$ его длины. Найдите периметр прямоугольника.

674. Сумма трех чисел равна 324. Первое слагаемое равно $\frac{4}{9}$ суммы, второе – $\frac{1}{6}$ суммы. Найдите третье слагаемое.

675. 1) Марат купил книгу на $\frac{5}{7}$ имеющихся у него денег. У него осталось 50 тенге. Сколько денег было у Марата первоначально?

А. 180 тг; В. 175 тг; С. 178 тг; D. 165 тг.

2) Когда турист прошел $\frac{7}{12}$ всего намеченного пути, то ему осталось пройти 85 км. Сколько километров наметил пройти турист?

В

676. Найдите:

1) $\frac{9}{10}$ от $\frac{2}{3}$; 3) $\frac{3}{5}$ от $\frac{5}{12}$; 5) $\frac{4}{5}$ от $\frac{3}{8}$;

2) $\frac{3}{16}$ от $\frac{4}{9}$; 4) $\frac{3}{4}$ от $\frac{8}{15}$; 6) $\frac{5}{7}$ от $\frac{14}{25}$.

677. Найдите величину по ее дроби:

1) $\frac{4}{7}$ ее равны 16 м; 4) $\frac{3}{4}$ ее равны 12 т; 7) $\frac{2}{3}$ ее равны 4 ч;

2) $\frac{5}{8}$ ее равны 30 дм; 5) $\frac{4}{5}$ ее равны 32 кг; 8) $\frac{3}{5}$ ее равны 15 мин;

3) $\frac{3}{10}$ ее равны 15 см; 6) $\frac{7}{9}$ ее равны 28 г; 9) $\frac{5}{12}$ ее равны 20 с.

678. Туристы ехали на автобусе 4 ч со скоростью $58\frac{3}{4}$ км/ч. По асфальтированной дороге они проехали $\frac{4}{5}$ всего пути, по грунтовой – остальную часть. Найдите длину пути, пройденного по грунтовой дороге.

А. 47 км; В. 45 км; С. 60 км; D. 52 км.

679. В классе $\frac{3}{5}$ всех учащихся занимаются в различных кружках. Из них $\frac{2}{3}$ учеников занимаются в спортивных кружках. Сколько всего учеников в классе, если в спортивных кружках занимаются 12 учеников класса?

680. Ученики помогали школьной библиотеке переплести книги. В первый день они переплели $\frac{2}{7}$ всех книг, во второй день – $\frac{1}{3}$ книг, а в третий день – остальные 40 книг. Сколько всего книг переплели ученики за три дня?

681. Сакен при покупке книги дал кассиру 500 тг и получил сдачу – $\frac{3}{25}$ денег, данных кассиру. Какова цена книги?

682. 1) Песок составляет $\frac{5}{8}$ части стекла, а известь – $\frac{1}{3}$ часть остального. Какую часть стекла составляет известь?

2) Легкой атлетикой занимаются $\frac{1}{3}$ учеников класса, вольной борьбой – $\frac{3}{5}$ остальных учеников.

- Какая часть учеников класса занимается вольной борьбой?
- Какая часть учеников класса занимается и легкой атлетикой, и вольной борьбой?

683. Старинная задача. У древнегреческого математика Пифагора спросили: «Сколько у Вас учеников?» Он ответил:

«Половина моих учеников изучает математику, четверть – природоведение, $\frac{1}{7}$ проводят время в раздумьях, а 3 оставшихся являются девочками». Сколько учеников было у Пифагора?

684. Сахар составляет $\frac{3}{5}$ вишневого варенья, а остальную часть – вишня. Вишни в варенье на 2 кг меньше, чем сахара. Какова масса варенья?
- A. 8 кг; B. 6 кг; C. 10 кг; D. 9 кг.

685. Имеются два сосуда емкостью 800 см^3 и 700 см^3 . Нальем воду из водопроводного крана. Переливая воду из одного сосуда в другой, как можно оставить ровно 300 см^3 воды в сосуде с большей емкостью?

C

686. Цена пальто 17 000 тг. Зимой оно подорожало на $\frac{1}{10}$ часть от первоначальной цены. Весной новая цена снизилась на $\frac{1}{10}$ части последней цены. Какой стала цена пальто весной?
- 687°. Когда Нурлан проехал $\frac{2}{5}$ расстояния от дачи до станции, ему нужно было пройти еще $4\frac{3}{10}$ км до середины пути. Каково расстояние от дачи до станции?
- A. 43 км; B. 45 км; C. 40 км; D. 42 км.
688. В первый день на заправочной станции было продано $\frac{7}{25}$ всего бензина, а во второй день – $\frac{1}{3}$ остатка. После этого на заправочной станции осталось $4\frac{4}{5}$ т бензина. Сколько тонн бензина было на заправочной станции первоначально?
689. Ученик прочитал $\frac{1}{8}$ книги, а затем – $\frac{2}{7}$ оставшейся части. После этого он заметил, что прочитал на 18 страниц меньше, чем ему осталось прочитать. Сколько страниц в книге?

690°. Старинная задача. Персидский крестьянин завещал трем своим сыновьям 17 верблюдов. Первый сын должен был получить $\frac{1}{2}$ всех верблюдов, второй сын — $\frac{1}{3}$, а третий сын — $\frac{1}{9}$. Братья долго спорили по этому поводу. А проходивший мимо Ходжа Насреддин решил проблему, присоединив к их верблюдам еще и своего. При этом братья смогли разделить верблюдов так, как наказал отец, причем Ходжа Насреддин получил своего верблюда обратно. Подумайте, как это могло получиться.

691. В сосуд налили молоко так, что $\frac{1}{5}$ сосуда осталась пустой. Затем $\frac{3}{4}$ части налитого молока перелили в другой сосуд. Какая часть первого сосуда после этого осталась пустой?

692*. В парке растут ель, дуб и сосна. Количество ели составляет $\frac{9}{25}$ всех деревьев в парке. Количество дуба составляет $\frac{1}{3}$ количества деревьев ели. Сосен в парке на 60 больше, чем дубов. Сколько всего деревьев в парке?

A. 145 деревьев;

C. 150 деревьев;

B. 160 деревьев;

D. 120 деревьев.

693. Решите уравнение:

$$1) \frac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{9}x - \frac{4}{9}} + \frac{1}{20} = \frac{4}{5};$$

$$2) \frac{\frac{5}{7}}{\frac{6}{7}x + \frac{3}{7}} - \frac{1}{2} = \frac{1}{6};$$

$$3) \frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{8}x - \frac{1}{2}} - \frac{1}{8} = \frac{1}{4}.$$

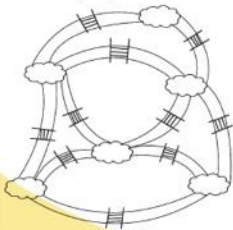


Рис. 3.43

694. На озере находятся 6 островов, которые соединены 10 мостами, как показано на рисунке 3.43. Как посетить все острова, пройдя по каждому мосту только один раз?

Ключевые факты.

1. Чтобы найти часть от числа, выраженного дробью, надо это число умножить на дробь.

Пример 1. Найдем $\frac{3}{5}$ от числа 45.

Решение. $45 \cdot \frac{3}{5} = \frac{\overset{9}{45} \cdot 3}{\underset{1}{5}} = 27.$

Ответ: Искомое число 27.

2. Чтобы найти число по его части, выраженной дробью, надо эту часть разделить на дробь.

Пример 2. Найдем число, $\frac{2}{9}$ которого равно 18.

Решение. $18 : \frac{2}{9} = 18 \cdot \frac{9}{2} = \frac{\overset{9}{18} \cdot 9}{\underset{1}{2}} = 81.$

Ответ: Искомое число 81.

- ▲ **672.** Существительные – 20 слов, глаголы – 24 слова, другие части речи – 36 слов.
674. Число 126. **679.** 30 учеников. **681.** 440 тг.
683. 28 учеников. **686.** 16 830 тг. **688.** 10 т. **689.** 72 страницы.
691. $\frac{4}{5}$ части сосуда. **693.** 1) 3; 2) $\frac{3}{4}$; 3) 4.

3.15. Задачи на совместную работу

В повседневной жизни часто встречаются ситуации выполнения одного задания двумя или несколькими людьми или коллективами. Например, мастер и его ученик (подмастерье) выполняют один заказ, или две бригады строителей совместно строят один дом. Примером выполнения совместной работы несколькими объектами являются: наполнение бассейна водой из двух или нескольких труб; встречное движение двух объектов. К этим примерам можно отнести движение катера, лодки, теплохода по течению реки.

При решении задач на совместную работу объем бассейна, объем работы, пройденное объектами расстояние, принимаются за 1 (единицу).

Задача 1. Первым насосом можно заполнить цистерну бензином за 24 мин, вторым – за 40 мин. За сколько минут наполнится цистерна, если оба насоса будут работать одновременно?

Решение (образец):

Объем цистерны примем за 1.

1) $1 : 24 = \frac{1}{24}$ (цистерны) – наполнит бензином первый насос за 1 минуту.

2) $1 : 40 = \frac{1}{40}$ (цистерны) – наполнит бензином второй насос за 1 минуту.

3) $\frac{1}{24} + \frac{1}{40} = \frac{5+3}{120} = \frac{1}{15}$ (цистерны) – наполнят за 1 минуту бензином оба насоса, работая одновременно.

4) $1 : \frac{1}{15} = 15$ (мин) – за такое время наполнится цистерна, если оба насоса будут работать одновременно.

Ответ: за 15 минут.

Задача 2. Плот по реке проплывает расстояние от пункта А до пункта В за 20 ч. Лодка проплывает такое же расстояние по озеру за 5 ч. Сколько времени потребуется лодке, чтобы проплыть по течению реки от пункта А до пункта В?

Решение (образец):

Расстояние от пункта А до пункта В примем за 1.

1) $1 : 20 = \frac{1}{20}$ (расстояния) – проплывает плот по реке за 1 ч.

2) $1 : 5 = \frac{1}{5}$ (расстояния) – проплывает лодка по озеру за 1 ч.

3) $\frac{1}{5} + \frac{1}{20} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$ (расстояния) – проплывает лодка по течению реки за 1 ч.

4) $1 : \frac{1}{4} = 4$ (ч) – за такое время проплывает лодка по течению реки от пункта А до пункта В.

Ответ: 4 часа.

А

695. 1) Люда может собрать клубнику с грядки за 20 мин, а Наташа – за 30 мин. За сколько минут Люда и Наташа соберут клубнику, если они будут работать вместе?

А. За 15 мин; В. За 10 мин; С. За 18 мин; D. За 12 мин.

2) Первый мастер изготавливает юрту за 20 дней, второй – за

12 дней, а третий – за 15 дней. За сколько дней три мастера изготовят юрту при совместной работе?

696. **Старинная задача (Китай, II в. н. э.).** Дикая утка от южного моря до северного летит 7 дней. Дикий гусь от северного моря до южного летит 9 дней. Через сколько дней они встретятся, если вылетят одновременно?

697. **Старинная задача.** Лев съест барана за 2 дня, волк – за 3 дня, а собака – за 6 дней. За сколько дней лев, волк и собака вместе съедят барана?



698. Бассейн наполняется водой через две трубы за 6 часов. Если вода поступает в бассейн только из первой трубы, то он наполнится за 10 ч. За какое время наполнится бассейн, если вода будет поступать только из второй трубы?

699. Старший брат, младший брат и сестра вместе слепили снеговика за 12 мин. Старший брат может его слепить за 24 мин, младший – за 40 мин. За сколько минут может слепить снеговика сестра?

В

700. В бассейн проведено три трубы. По двум трубам вода поступает в бассейн, а по третьей – вытекает. Первая труба наполняет бассейн водой за 6 ч, а вторая – за 8 ч. По третьей трубе вода из наполненного бассейна вытекает за 4 ч полностью. Какая часть объема бассейна наполнится водой за час, если вода будет течь одновременно по трем трубам?

701. Строители первой бригады могут построить здание за 15 месяцев. Строители второй бригады – за $\frac{2}{3}$ этого времени. За сколько месяцев могут построить здание две бригады, работая совместно?

702. Три бригады строителей должны построить 2 одинаковых дома. На строительство одного дома первой бригаде потребуется 9 недель, второй бригаде – в $1\frac{1}{3}$ раза больше времени, а третьей

бригаде – в 2 раза больше времени, чем первой. За сколько недель три бригады построят два дома, работая совместно?

703*. Старинная задача из «Арифметики» Л.Ф. Магницкого (Россия, XVIII в.). Лошадь съедает воз сена за месяц, коза – за два месяца, а овца – за три месяца. За какое время лошадь, коза и овца вместе съедят такой же воз сена?

704. Бак наполнится водой через две трубы за 2 ч. Через первую трубу бак наполнится за 3 ч. За сколько времени $\frac{2}{3}$ объема бака наполнится водой через вторую трубу?

705⁰. От пристани отплыла лодка и одновременно навстречу ей от пункта А отплыл плот. Лодка и плот встретились через 2 ч. Через 30 мин после встречи лодка прибыла в пункт А. Через какое время после встречи плот прибыл на пристань?



С

706. Первая и вторая бригады построят коттедж за 12 месяцев, вторая и третья бригады – за 10 месяцев, первая и третья бригады – за 15 месяцев. За сколько месяцев построят коттедж три бригады, работая совместно?

707. Олжас и Дима нарубят дрова на зиму за 10 дней, Дима и Антон – за 15 дней, а Олжас и Антон – за 18 дней. За сколько дней нарубят дрова Олжас, Дима и Антон, работая по отдельности?

708. Первая грейдерная машина может выровнять дорогу за 45 ч, а вторая – за 36 ч. Они совместно проработали 15 ч, затем оставшуюся часть дороги закончила выравнивать вторая машина. Сколько часов проработала вторая машина?

709. В цветочный магазин привезли цветы. Надя может составить из них букеты за 40 мин, а Валя – за 35 мин. Они совместно составляли букеты 14 мин, затем оставшуюся часть букетов составила Надя. За сколько минут девочки составили букеты?

710*. Два оператора, работая совместно, могут набрать текст рукописи на компьютере за 10 ч. Они совместно набирали текст 6 ч, затем первый оператор набрал оставшуюся часть текста за 12 ч. За сколько часов набрал бы весь текст рукописи первый оператор? второй оператор?

711. Мастер может выполнить задание за 45 мин, а ученик – за 1 ч 30 мин. Вначале мастер работал один в течение 15 мин, затем остальную часть задания они выполнили, работая совместно. За сколько минут было выполнено задание?

A. 30 мин; **B.** 35 мин; **C.** 25 мин; **D.** 40 мин.

712*. Если два велосипедиста выезжают из пунктов *A* и *B* одновременно навстречу друг другу, то они встретятся через 18 мин. Первый велосипедист может проехать это расстояние за $\frac{1}{2}$ ч. За какое время проедет это расстояние второй велосипедист?

A. $\frac{1}{4}$ ч; **B.** $\frac{3}{5}$ ч; **C.** $\frac{3}{4}$ ч; **D.** $\frac{4}{5}$ ч.

713. Старинная задача из «Арифметики» Л.Ф. Магницкого.

Одну бочку воды муж выпивает за 14 дней, вместе с женой – за 10 дней. За сколько дней выпьет бочку воды жена?

714*. Расстояние между пристанями катер проплыл по течению реки за 6 ч, а плот – за 24 ч. За сколько часов это расстояние проплывет катер по озеру?



695. 2) За 5 дней. **696.** Через $3\frac{15}{16}$ дней. **697.** За 1 день.

698. За 15 часов. **699.** 60 минут (1 ч). **701.** За 6 месяцев.

702. За 8 недель. **703.** За $\frac{6}{11}$ месяца. **704.** За 4 часа.

705. Через 8 часов.

706. За 8 месяцев. **707.** Олжас – за $22\frac{1}{2}$ дней. Дима – за 18 дней. Антон – за 90 дней. **708.** 9 часов. **709.** За 24 мин.

710. Первый оператор набирает за 30 часов, второй – за 15 часов. **713.** За 35 дней. **714.** За 8 часов.



Выразите:

а) в метрах – 4 м 3 дм; 21 м 7 дм; 9 м 41 см; 5 м 7 см;

б) в килограммах – 8 кг 351 г; 12 кг 2

Представьте в виде смешанных чисел.
Полученные смешанные числа запишите в виде десятичных дробей.

десятичная дробь десятичная дробь

Например, $5\text{ м }8\text{ дм} = 5\frac{8}{10}\text{ м} = 5,8\text{ м}$; $4\text{ м }31\text{ см} = 4\frac{31}{100}\text{ м} = 4,31\text{ м}$,

↑ ↑ десятичная дробь

$14\text{ кг }5\text{ г} = 14\frac{5}{1000}\text{ кг} = 14,005\text{ кг}$

↑↑↑ ↑↑↑

Глава IV. ДЕСЯТИЧНЫЕ ДРОБИ.
ДЕЙСТВИЯ НАД ДЕСЯТИЧНЫМИ ДРОБЯМИ

4.1. Десятичная дробь. Чтение и запись десятичных дробей

В связи с развитием науки и техники обыкновенные дроби стали использоваться для более сложных расчетов, которые привели к трудностям при вычислении. Поэтому обыкновенные дроби со знаменателями 10, 100, 1000 и т. д. условились записывать без знаменателя и называть десятичными дробями.

I. Десятичная дробь.

Десятичная дробь – это другой способ записи числа. Например, $4\frac{17}{100}$ и $4,17$ – две записи одного и того же числа. $4\frac{17}{100} = 4,17$.

Нам известно, что таблица разрядов натуральных чисел заканчивается справа разрядом единиц. В таблице разрядов десятичных дробей имеются новые разряды, которые пишутся справа от разряда единиц, поставив после него запятую. В этих разрядах указывают доли единиц.

При делении целого на 10, 100, 1000 и т. д. равных частей получаются десятые доли, сотые, тысячные и т. д.

На первом месте после запятой стоит *разряд десятых*, на втором – *разряд сотых*, на третьем – *разряд тысячных* и т. д.

Цифра 0 показывает отсутствие единиц соответствующего разряда.

Таблица разрядов десятичных дробей имеет следующий вид.

Десятичная дробь								
Целая часть				Дробная часть				
сотни	десятки	единицы		десятые	сотые	тысячные	десяти- тысячные	...
		8	,	5	3	4		

В таблице дано число, в котором содержится 8 единиц, 5 десятых, 3 сотых, 4 тысячных.

Значит, десятичные дроби имеют разряды меньше единицы.

Разрядная единица десятых – это $\frac{1}{10} = 0,1$;

разрядная единица сотых – это $\frac{1}{100} = 0,01$;

разрядная единица тысячных – это $\frac{1}{1000} = 0,001$ и т. д.

Десятичные дроби так же, как и натуральные числа, записываются в *десятичной системе* счисления. Здесь также слева направо каждая последующая единица в 10 раз меньше предыдущей.

II. Чтение десятичных дробей.

Десятичная дробь состоит из двух частей: целой и дробной.

Цифры, стоящие в десятичной дроби справа от запятой, называют *десятичными знаками*.

Например,
десятичные знаки

35, 418

↑ ↑
целая часть числа дробная часть числа

Читают: «35 целых 418 тысячных».

При чтении десятичной дроби сначала читают ее целую часть и добавляют слово «целых», а затем – дробную часть и добавляют название последнего разряда.

В нашей стране целую часть отделяют от дробной части запятой. В некоторых странах, например в Англии и США, вместо запятой ставят точку.

Например:

1) 4,9. Читают: 4 целых 9 десятых.

2) 0,03. Читают: 0 целых 3 сотых.

В последние годы десятичные дроби читают так, как они записаны.

Например: 1) 2,5 или 2.5. Читают: 2 запятая 5 или 2 точка 5.

2) 19,34 или 19.34. Читают: 19 запятая 34 или 19 точка 34.

III. Запись десятичных дробей.

Любую обыкновенную дробь со знаменателем 10, 100, 1000 и т.д. можно записать в виде десятичной дроби.

Попробуйте самостоятельно записать десятичные дроби, пользуясь подсказкой.

? Задание

Запишите в виде десятичной дроби числа:

1) $2\frac{7}{10}$; 2) $5\frac{19}{100}$; 3) $\frac{43}{100}$; 4) $4\frac{9}{1000}$.

Подсказка.

1. Запишите целую часть числа (она может быть равной 0), поставьте запятую.

2. Справа от запятой запишите числитель дробной части данного числа.

Обратите внимание!

Дробная часть десятичной дроби должна иметь столько же десятичных знаков, сколько нулей в знаменателе соответствующей ей обыкновенной дроби.

Если в числителе меньше цифр, чем нулей в знаменателе, то после запятой, перед цифрами числителя, запишите недостающие нули.

Если вы все правильно поняли, то данные обыкновенные дроби пишутся так:

Проверьте себя.

1) $2\frac{7}{10} = 2,7$; 2) $5\frac{19}{100} = 5,19$; 3) $\frac{43}{100} = 0,43$.

4) $4\frac{9}{1000} = 4\frac{009}{1000} = 4,009$, или $4\frac{9}{1000} = 4,009$

Десятичные дроби можно записать в виде суммы разрядных слагаемых.

Например,

$$2,817 = 2 \frac{817}{1000} = 2 + \frac{800}{1000} + \frac{10}{1000} + \frac{7}{1000} = 2 + \frac{8}{10} + \frac{1}{100} + \frac{7}{1000} =$$

$$= 2 + 0,8 + 0,01 + 0,007.$$

$$2,817 = \overbrace{2 + 0,8 + 0,01 + 0,007}^{\text{сумма разрядных слагаемых}}$$

Значит, в десятичной дроби 2,817 содержатся 2 единицы, 8 десятых, 1 сотая, 7 тысячных.

Если к десятичной дроби приписать справа один или несколько нулей, то получится дробь, равная данной.

Например, рассмотрим десятичные дроби 0,7; 0,70 и 0,700.

$$\underbrace{0,7 = \frac{7}{10} = \frac{70}{100} = 0,70; \quad 0,7 = \frac{7}{10} = \frac{700}{1000} = 0,700;}_{} \\ 0,7 = 0,70 = 0,700.$$

Если десятичная дробь оканчивается одним или несколькими нулями, то эти нули можно отбросить – получится дробь, равная данной.

Например, рассмотрим десятичные дроби 0,300; 0,30 и 0,3.

$$\underbrace{0,300 = \frac{300}{1000} = \frac{3}{10} = 0,3; \quad 0,30 = \frac{30}{100} = \frac{3}{10} = 0,3;}_{} \\ 0,300 = 0,30 = 0,3.$$

Любое натуральное число можно представить в виде десятичной дроби, записав после запятой один или несколько нулей. Например, $7 = 7,0$; $7 = 7,00$; $7 = 7,000$ и т. д.



1. Как называются разряды справа от запятой?
2. Где ставится запятая при записи числа в виде десятичной дроби?
3. Какие цифры в записи числа называются десятичными знаками?

715. Прочитайте числа, записанные в таблице разрядов.

Разряды целой части числа				Разряды дробной части числа			
Сотни	Десятки	Единицы		Десятые	Сотые	Тысячные	Десяти- тысячные
		2	,	8			
	3	0	,	1	5		
		6	,	0	0	7	

716. Запишите в виде десятичных дробей числа:

$$1) \frac{7}{10}; \frac{19}{100}; \frac{317}{1000}; \frac{501}{1000};$$

$$3) 2\frac{3}{10}; 5\frac{7}{10}; 6\frac{49}{100}; 3\frac{419}{1000};$$

$$2) \frac{11}{10}; \frac{718}{100}; \frac{2409}{100}; \frac{9813}{1000};$$

$$4) 5\frac{7}{100}; 3\frac{9}{100}; 4\frac{174}{1000}; 5\frac{13}{1000}.$$

717. Запишите десятичные дроби:

- 1) нуль целых девять десятых;
- 2) нуль целых семнадцать сотых;
- 3) нуль целых три сотых;
- 4) две целых триста пятнадцать тысячных;
- 5) три целых пять сотых;
- 6) девять целых двести семь тысячных.

718. Запишите в виде десятичных дробей частные:

- 1) $7:10$; $13:100$; $91:1000$; $109:1000$; $33:1000$; $7:1000$;
- 2) $21:10$; $119:100$; $893:10$; $4911:1000$; $627:100$; $517:10$.

$$\text{Образец: } 891:100 = \frac{891}{100} = 8\frac{91}{100} = 8,91.$$

719. Допишите цифры так, чтобы равенство было верным:

$$1) 1\frac{9}{100} = 1,?; \quad 2) \frac{719}{?} = 0,0719; \quad 3) 5\frac{?}{10000} = 5,0081.$$

720. Представьте в виде суммы разрядных слагаемых. Назовите все разряды слева направо:

- 1) 0,18; 0,315; 0,14; 0,222; 0,8627;
- 2) 2,9; 4,61; 8,731; 6,44; 7,9312.

$$\text{Образец: } 0,963 = \frac{9}{10} + \frac{6}{100} + \frac{3}{1000} = 0,9 + 0,06 + 0,003;$$

$$5,7084 = 5 + \frac{7}{10} + \frac{8}{1000} + \frac{4}{10000} = 5 + 0,7 + 0,008 + 0,0004.$$

721. Оставшая часть суток больше времени, которое показывают сейчас часы, в $1\frac{2}{5}$ раза. Какое время показывают сейчас часы?

722. На рисунке 4.1 четыре равные фигуры образуют круг. Нарисуйте эти фигуры в тетради. Какая часть фигуры закрашена синим цветом? Запишите в виде обыкновенной дроби.



Рис. 4.1

В

723. Назовите разряды.

- 1) Какой разряд в 10 раз меньше разряда единиц?
- 2) Какой разряд в 10 раз меньше разряда десятых?
- 3) Какой разряд в 10 раз меньше разряда сотых?
- 4) Какой разряд в 10 раз меньше разряда тысячных?

724. Запишите в виде десятичных дробей числа:

- 1) $\frac{6}{100}$; $\frac{17}{1000}$; $\frac{303}{1000}$; $\frac{7}{1000}$; $\frac{99}{1000}$; $\frac{8}{1000}$; $\frac{705}{10000}$;
- 2) $\frac{404}{10}$; $\frac{505}{100}$; $\frac{9806}{1000}$; $\frac{6006}{1000}$; $\frac{23709}{10000}$;
- 3) $3\frac{7}{100}$; $9\frac{1}{100}$; $16\frac{302}{1000}$; $27\frac{18}{1000}$; $42\frac{6}{1000}$; $77\frac{315}{10000}$.

725. Запишите десятичную дробь, в которой:

- 1) 0 целых, 4 десятых, 5 сотых, 6 тысячных;
- 2) 31 целая, 7 сотых, 8 тысячных, 3 десятичных;
- 3) 5 целых, 1 десятая, 9 тысячных.

726. Вычислите и запишите результат в виде десятичной дроби:

- 1) $\frac{3}{10} + \frac{1}{100} + \frac{4}{1000}$; 3) $6 + \frac{9}{10} + \frac{7}{1000}$; 5) $30 + 2 + \frac{3}{100} + \frac{1}{1000}$;
- 2) $5 + \frac{7}{10} + \frac{9}{100}$; 4) $20 + 8 + \frac{5}{100} + \frac{6}{1000}$; 6) $90 + \frac{5}{10} + \frac{7}{100} + \frac{3}{10000}$.

727. Выразите:

- 1) В метрах: 3 м 15 см, 2 м 7 см, 35 см, 9 см.
 - 2) В килограммах: 6 кг 350 г, 4 кг 83 г, 650 г, 49 г.
 - 3) В тенге: 5 тг 61 тн, 17 тг 35 тн, 67 тн.
 - 4) В долларах: 5 долл. 61 цент; 17 долл. 35 центов; 67 центов.
- Запишите ответ в виде десятичной дроби.

728. На внутришкольной олимпиаде 14 учащихся решили 58 задач. Некоторые из них решили 2 задачи, некоторые – 3, а некоторые – 4 задачи. Докажите, что некоторые из участников олимпиады решили не менее 5 задач.

729. На рисунке 4.2 изображена фигура, составленная из брусьев длиной 20 см, шириной 10 см и высотой 5 см. Как называется фигура, составленная из этих брусьев? Найдите ее объем.



Рис. 4.2

- A. 1 дм³; B. 8 дм³; C. 6 дм³; D. 27 дм³.

C

730. Запишите в виде десятичной дроби:

$$\frac{7777}{10000}; \frac{913}{10000}; 8\frac{3}{1000}; 5\frac{17}{1000}; 9\frac{7}{10000}; 6\frac{8}{10000}.$$

731. Сократите обыкновенные дроби и запишите их в виде десятичных:

$$1) \frac{35}{500}; \frac{24}{800}; \frac{66}{600}; \frac{82}{200}; \frac{63}{700}; \frac{95}{500};$$

$$2) \frac{27}{3000}; \frac{28}{4000}; \frac{18}{6000}; \frac{65}{5000}; \frac{51}{3000};$$

$$3) \frac{324}{40}; \frac{488}{80}; \frac{7777}{70}; \frac{3636}{90}; \frac{4242}{60}.$$

732. Нурбол и Айдын живут в одном доме. Расстояние от дома до школы Нурбол проходит за 15 мин, а Айдын – за 20 мин. Айдын вышел из дома на 3 мин раньше Нурбола. Через сколько минут Нурбол догонит Айдына?

- A. 8 минут; B. 6 минут; C. 9 минут; D. 12 минут.

733. Решите уравнения и сделайте проверку:

$$1) \frac{1}{x} + \frac{3}{2\frac{2}{5}x} = \frac{3}{4}; \quad 2) \frac{1}{x} - \frac{2}{4\frac{2}{3}x} = \frac{2}{7}; \quad 3) \frac{6}{3\frac{1}{3}x} + \frac{1}{x} = \frac{2}{5}.$$

Выберите правильный ответ: A. 7; B. 5; C. 3; D. 2.

734. Используя ИКТ, найдите площади материков земного шара.

Запишите их (в млн кв. километров) в виде десятичных дробей.
Заполните таблицу.

	Материк	Площадь (млн кв. км)
1	Евразия	
2	Африка	
3	Северная Америка	

	Материк	Площадь (млн кв. км)
4	Южная Америка	
5	Антарктида	
6	Австралия	

Ключевые факты.

I. Число, записанное в десятичной системе и имеющее разряды меньше единичного, называется десятичной дробью.

Пример 1. Число 3,724 состоит из 3 единиц, 7 десятых, 2 сотых и 4 тысячных.

II. Чтение десятичной дроби.

1. При чтении десятичных дробей сначала называют целую часть и добавляют слово «целых».

2. Затем называют число, стоящее в дробной части и добавляют название низшего разряда в нем.

Пример 2.

Запись: 13,547. Читают: 13 целых 547 тысячных.

III. Запись десятичных дробей.

1. Записывают целую часть (она может быть равной 0) и ставят запятую (точку).

2. Справа от запятой записывают числитель дробной части числа. Он должен содержать столько цифр, сколько нулей в знаменателе соответствующей ей обыкновенной дроби.

Пример 3. 1) $7\frac{3}{10} = 7,3$; 2) $\frac{59}{100} = 0,59$; 3) $2\frac{13}{1000} = 2,013$.



Используя основное свойство дроби, докажите, что:

1) $\frac{1}{2} = \frac{5}{10}$;

3) $\frac{3}{4} = \frac{75}{100}$;

5) $\frac{7}{25} = \frac{28}{100}$;

2) $\frac{1}{5} = \frac{2}{10}$

4) $\frac{9}{20} = \frac{45}{100}$;

6) $\frac{1}{125} = \frac{8}{1000}$.

Образцы: 1) $\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot x}{5 \cdot x} = \frac{3x}{10}; \quad 5x = 10; x = 2.$

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{6}{10}; \quad \frac{3}{5} = \frac{6}{10}.$$

2) $\frac{3}{20} = \frac{3 \cdot y}{20 \cdot y} = \frac{3y}{100}; \quad 20y = 100; y = 5;$

$$\frac{3}{20} = \frac{3 \cdot 5}{20 \cdot 5} = \frac{15}{100}; \quad \frac{3}{20} = \frac{15}{100}.$$

4.2. Перевод десятичной дроби в обыкновенную, обыкновенной дроби – в десятичную

Чтобы десятичную дробь записать в виде обыкновенной или смешанного числа, нужно:

1. Цифры, стоящие до запятой, записать целой частью числа.
2. Цифры, стоящие после запятой (десятичных знаков), записать в числитель дробной части числа.
3. В знаменатель записать цифру 1 и столько нулей, сколько цифр после запятой.

Например, $1,29 = 1\frac{29}{100}; 0,401 = \frac{401}{1000}; 5,07 = 5\frac{07}{100} = 5\frac{7}{100}.$

Однако не всякую обыкновенную дробь можно записать в виде десятичной. Чтобы записать обыкновенную дробь в виде десятичной, нужно привести ее к одному из знаменателей: 10, 100, 1000 и т. д.

Рассмотрим разложение каждого из этих чисел на простые множители:

$$10 = 2 \cdot 5;$$

$$100 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 = 2^2 \cdot 5^2;$$

$$1000 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 2^3 \cdot 5^3$$

.....

Разложение чисел 10, 100, 1000 и т. д. на простые множители содержит только 2 и 5, причем сколько «двоек», столько «пятерок». Никаких других множителей данные разложения не содержат.

Из этих рассуждений можно сделать вывод:

Если знаменатель несократимой обыкновенной дроби содержит лишь простые множители 2 или 5, то ее можно представить в виде десятичной.

Если знаменатель несократимой обыкновенной дроби содержит хотя бы один простой множитель, отличный от 2 и 5, то эту обыкновенную дробь нельзя представить в виде десятичной.

? Запишите число в виде десятичной дроби, если это возможно:

1) $\frac{3}{4}$; 2) $\frac{2}{15}$; 3) $\frac{7}{20}$; 4) $\frac{5}{6}$.

Проверьте себя.

Обыкновенные дроби $\frac{3}{4}$ и $\frac{7}{20}$ можно представить в виде десятичных дробей, так как $\frac{3}{4} = \frac{3}{2 \cdot 2}$; $\frac{7}{20} = \frac{7}{2^2 \cdot 5}$.

А дроби $\frac{2}{15}$ и $\frac{5}{6}$ нельзя представить в виде десятичных дробей, так как $\frac{2}{15} = \frac{2}{3 \cdot 5}$ и $\frac{5}{6} = \frac{5}{2 \cdot 3}$.

Дробь $\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 25}{4 \cdot 25} = \frac{75}{100} = 0,75$. Дробь $\frac{7}{20} = \frac{7 \cdot 5}{20 \cdot 5} = \frac{35}{100} = 0,35$.

$\frac{1}{2} = 0,5$; $\frac{1}{4} = 0,25$; $\frac{1}{5} = 0,2$; $\frac{3}{4} = 0,75$; $\frac{1}{10} = 0,1$; $\frac{1}{20} = 0,05$; $\frac{1}{25} = 0,04$.

Обыкновенные дроби, знаменатели которых равны 2, 4, 5, 20, 25, 50 и 125, можно записать в виде десятичных дробей. Для этого и числители, и знаменатели обыкновенных дробей нужно умножить на натуральное число, чтобы знаменатели данных дробей стали равны числам 10, 100, 1000 и т.д.

Например:

1) $8 \frac{3}{4} = 8 \frac{3 \cdot 5^2}{2^2 \cdot 5^2} = 8 \frac{75}{100} = 8,75$, или $8 \frac{3}{4} = 8 \frac{3 \cdot 25}{4 \cdot 25} = 8 \frac{75}{100} = 8,75$.

2) $9 \frac{7}{50} = 9 \frac{7 \cdot 2}{50 \cdot 2} = 9 \frac{14}{100} = 9,14$, или $9 \frac{7}{50} = 9 \frac{14}{100} = 9,14$.

Например, дроби $\frac{1}{12}$; $\frac{2}{13}$ нельзя представить в виде десятичных дробей.

Значит, не все обыкновенные дроби можно представить в виде десятичных. В таком случае вычисление надо вести в виде обыкновенных дробей.



1. Как десятичную дробь записать в виде обыкновенной? Приведите примеры.
2. Какие несократимые обыкновенные дроби можно записать в виде десятичных?
3. Назовите все возможные знаменатели несократимых обыкновенных дробей, которые можно записать в виде десятичных.

735. Укажите, какую дробь можно представить в виде десятичной дроби, а какую – нельзя:

$$\frac{3}{4}; \frac{3}{5}; \frac{3}{7}; \frac{3}{10}; \frac{3}{11}; \frac{3}{20}; \frac{3}{23}; \frac{3}{25}.$$

A

736. Выпишите дроби, которые можно представить в виде дробей со знаменателями 10, 100, 1000 и т.д. Запишите их в виде десятичных дробей:

$$\frac{1}{2}; \frac{2}{5}; \frac{5}{6}; \frac{4}{7}; \frac{3}{10}; \frac{2}{15}; \frac{9}{20}; \frac{5}{22}; \frac{8}{25}; \frac{13}{50}.$$

737. Запишите в виде обыкновенной дроби числа:

$$\begin{array}{ccccccc} 0,3; & 0,01; & 0,21; & 0,101; & 0,813; & 0,997; \\ 0,7; & 0,09; & 0,83; & 0,011; & 0,013; & 0,007. \end{array}$$

738. Приведите к новому знаменателю и представьте в виде десятичной дроби:

1) $\frac{1}{2}; \frac{2}{5}; \frac{7}{5}; \frac{4}{5}$ – к знаменателю 10;

2) $\frac{1}{4}; \frac{3}{20}; \frac{8}{25}; \frac{7}{25}; \frac{1}{50}$ – к знаменателю 100;

3) $\frac{6}{125}; \frac{3}{250}; \frac{7}{200}; \frac{9}{500}$ – к знаменателю 1000.

Образец: $\frac{9}{25} = \frac{9}{5 \cdot 5} = \frac{9 \cdot 2 \cdot 2}{5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{36}{100} = 0,36.$

739. Заполните таблицу.

Смешанное число	$2\frac{1}{4}$	$5\frac{1}{2}$	$7\frac{3}{5}$	$9\frac{7}{20}$	$11\frac{2}{25}$	$4\frac{11}{50}$
Десятичная дробь						

740. 1) Запишите десятичные дроби в виде правильных дробей и сократите их:

0,08; 0,06; 0,032; 0,0625; 0,005; 0,0056; 0,8004.

2) Запишите десятичную дробь в виде смешанного числа и сократите его дробную часть:

2,075; 4,004; 5,064; 17,0075; 43,008.

741. Запишите в виде десятичных дробей смешанные числа:

1) $3\frac{1}{20}$; $2\frac{3}{50}$; $4\frac{8}{25}$; $7\frac{11}{20}$; $12\frac{4}{25}$; $9\frac{13}{50}$;

2) $2\frac{5}{8}$; $1\frac{6}{125}$; $3\frac{17}{200}$; $8\frac{9}{250}$; $7\frac{3}{500}$; $6\frac{7}{8}$.

742. Сократите дроби и запишите их в виде десятичных дробей:

$\frac{12}{15}$; $\frac{21}{35}$; $\frac{12}{30}$; $\frac{45}{50}$; $\frac{18}{90}$; $\frac{56}{80}$; $\frac{9}{12}$; $\frac{21}{60}$.

743. В классе 10 мальчиков и 15 девочек. Какую часть учеников класса составляют мальчики? Какую – девочки? Ответ запишите в виде десятичной дроби.

744. Как можно отмерить 3 кг 500 г крупы, используя гирию массой 500 г и взвешивая крупу 3 раза на чашечных весах?

745. Запишите в виде десятичной дроби значение величины:

1) Скорость комбайна $14\frac{2}{20}$ км/ч.

2) Высота железнодорожного вагона $3\frac{1}{2}$ м.

3) Скорость ветра Эби, который дует со стороны Жонгарских ворот, равна $60\frac{4}{5}$ м/с.



746°. Галя посадила кусты роз на расстоянии d см друг от друга вдоль дорожки длиной 6 м. Сколько кустов розы посадила Галя? Вычислите при $d = 20$.

А. 37 кустов; В. 31 куст; С. 25 кустов; D. 39 кустов.

747. Не выполняя вычислений, выберите равные выражения. Запишите соответствующие равенства:

- 1) $\frac{3}{4} - 0,2$; 3) $0,4 - \frac{3}{20}$; 5) $\frac{1}{2} - 0,16$; 7) $\frac{9}{20} - 0,34$;
 2) $0,5 - \frac{4}{25}$; 4) $0,45 - \frac{17}{50}$; 6) $0,75 - \frac{1}{5}$; 8) $\frac{2}{5} - 0,15$.

748. Допишите так, чтобы равенство было верным:

- 1) $7,045 = 7 \frac{45}{\square}$; 2) $4, \square = 4 \frac{31}{10000}$; 3) $0,0027 = \frac{\square}{10000}$.

749. Представьте, если возможно, число в виде десятичной дроби:

- 1) $1 \frac{5}{6}$; 3) $2 \frac{3}{8}$; 5) $\frac{2}{125}$; 7) $5 \frac{8}{21}$;
 2) $\frac{9}{20}$; 4) $\frac{4}{15}$; 6) $3 \frac{4}{5}$; 8) $\frac{9}{25}$.

750. Разложите знаменатели дробей на простые множители. Определите, можно ли записать данную дробь в виде десятичной. Если да, то запишите в виде десятичной дроби:

- 1) $\frac{17}{600}$; 2) $\frac{14}{125}$; 3) $\frac{17}{200}$; 4) $\frac{51}{105}$; 5) $\frac{31}{500}$; 6) $\frac{11}{150}$.

751. Вместо звездочки запишите соответствующие показатели степени, такие, чтобы дроби можно было записать в виде десятичных. Запишите соответствующие десятичные дроби:

- 1) $\frac{7}{2^{\square} \cdot 5^{\square}}$; 2) $\frac{13}{2^{\square} \cdot 5^{\square}}$; 3) $\frac{21}{2^{\square} \cdot 5^{\square}}$; 4) $\frac{57}{2^{\square} \cdot 5^{\square}}$.

752. Выразите время в часах, сначала представив в виде обыкновенной дроби, а затем – в виде десятичной:

- 1) 6 мин; 12 мин; 15 мин; 30 мин; 45 мин;
 2) 1 ч 6 мин; 7 ч 15 мин; 2 ч 18 мин; 4 ч 45 мин.

Образец: $3 \text{ ч } 24 \text{ мин} = 3 + \frac{24}{60} = 3 + \frac{6 \cdot 4}{6 \cdot 10} = 3 \frac{4}{10} = 3,4 \text{ (ч)}$.

753. Обратите десятичную дробь в обыкновенную и найдите значение выражения:

- Е. $1 \frac{1}{9} + 2,75 + \frac{1}{3}$; С. $8,5 + \frac{5}{6} - 6,25$;

$$\text{Н. } 3,5 + 5\frac{1}{7} - 2\frac{3}{14};$$

$$\text{В. } 2,25 + 11\frac{1}{15} - 7\frac{1}{6};$$

$$\text{И. } 7,6 - 4\frac{2}{3} + 2\frac{1}{15};$$

$$\text{Т. } 6,8 - 2\frac{1}{3} + 1,2.$$

$3\frac{1}{12}$	$5\frac{2}{3}$	$4\frac{7}{36}$	$6\frac{3}{20}$	5	$6\frac{3}{7}$

В таблице под ответами запишите буквы, стоящие рядом с соответствующими примерами. Вы прочитаете фамилию нидерландского математика и инженера, который первым в Европе ввел десятичные дроби в вычисления.

754. Число учащихся в трех пятых классах больше числа учащихся 5 «А» класса на 64, больше числа учащихся 5 «Б» класса на 61 и больше числа учащихся 5 «В» класса на 59. Сколько учеников в трех пятых классах?

A. 89 учеников;

C. 94 ученика;

B. 96 учеников;

D. 92 ученика.

Ключевые факты.

1. Любую десятичную дробь можно записать в виде обыкновенной дроби или смешанного числа.

Пример 1. 1) $0,25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$; 2) $9,14 = 9\frac{14}{100} = 9\frac{7}{50}$.

II. Несократимую обыкновенную дробь и смешанное число можно записать в виде десятичной дроби только в том случае, если их знаменатель кратен только числам 2 и 5 (2 или 5).

Пример 2. Дробь $\frac{3}{25}$ и смешанное число $14\frac{1}{20}$ можно записать

в виде десятичной дроби.

$$\frac{3}{25} = \frac{3}{5 \cdot 5} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 2}{5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{12}{100} = 0,12.$$

$$14\frac{1}{20} = 14\frac{1}{2 \cdot 2 \cdot 5} = 14\frac{5}{2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5} = 14\frac{5}{100} = 14,05.$$

А дроби $\frac{2}{35}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{4}{21}$ невозможно представить в виде десятичных дробей, так как $\frac{2}{35} = \frac{2}{5 \cdot 7}$; $\frac{5}{6} = \frac{5}{2 \cdot 3}$; $\frac{4}{21} = \frac{4}{3 \cdot 7}$.



1) Какие десятичные дроби соответствуют точкам А и В на координатном луче? Запишите координаты этих точек.



2) Сравните координаты этих точек.

4.3. Изображение десятичной дроби на координатном луче. Сравнение десятичных дробей

I. Изображение десятичной дроби на координатном луче.

Десятичные дроби на координатном луче изображаются так же, как обыкновенные дроби.

Например, изобразим на координатном луче десятичную дробь 2,57.

1. Вначале отметим на луче точку, которая соответствует числу 2 (рис. 4.3).



Рис. 4.3

2. Затем следующий единичный отрезок разделим на 10 долей и, отсчитав 5 таких долей (десятых), отметим число 2,5.

3. Потом следующую за числом 2,5 десятую долю единичного отрезка разделим еще на 10 долей. Получаем сотые доли единичного отрезка. Отсчитав от числа 2,5 семь сотых долей, получаем число 2,57.

II. Сравнение десятичных дробей.

Рассмотрим способы сравнения десятичных дробей.

Способ 1. Сравнение десятичных дробей на координатном луче.

Нам известно, что число, расположенное на координатном луче правее, больше числа, расположенного левее.

Задание 1. Перечертите рисунок 4.4 в тетрадь.



Рис. 4.4

Сравните десятичные дроби:

- 1) 0,6 и 1,3;
- 2) 0,4 и 0,40.

Ответьте на вопросы:

а) Как расположена точка 0,6 относительно точки 1,3 на координатном луче?

б) Почему на координатном луче десятичным дробям 0,4 и 0,40 соответствует одна и та же точка?

Постарайтесь сформулировать вывод о сравнении десятичных дробей по их изображению на координатном луче.

Проверьте себя.

1) $0,6 < 1,3$, так как точка, изображающая на координатном луче число 0,6, расположена левее относительно точки, изображающей число 1,3.

2) $0,4 = 0,40$, поэтому дробям 0,4 и 0,40 на координатном луче соответствует одна и та же точка.

Меньшая десятичная дробь расположена на координатном луче левее большей, а большая — правее меньшей.

Равные десятичные дроби изображаются на координатном луче одной и той же точкой.

Например, $2,1 > 1,5$.

Точка, изображающая на координатном луче число 2,1, расположена правее относительно точки 1,5 (рис. 4.5).



Рис. 4.5

Способ 2. Поразрядное сравнение десятичных дробей.

Десятичные дроби записаны в десятичной системе счисления, поэтому их можно сравнивать и поразрядно.

Задание 2.

Сравните десятичные дроби:

1) по числу единиц целой части:

$$\begin{array}{l} \boxed{2},75 * \boxed{3},14; \quad \boxed{8},26 * \boxed{5},789; \end{array}$$

2) по числу десятых долей:

$$6,\underline{3}24 * 6,\underline{1}85;$$

$$4,\underline{2}53 * 4,\underline{6}53;$$

3) по числу сотых долей:

$$7,\underline{5}38 * 7,\underline{5}48;$$

$$2,\underline{6}912 * 2,\underline{6}301.$$

Подсказка.

Сначала надо сравнить их целые части, как натуральные числа (или нуль).

Если целые части двух десятичных дробей равны, то больше та дробь, у которой десятых больше. При равенстве целых и десятых та дробь больше, у которой больше сотых и т. д.

Проверьте себя.

1) $2,75 < 3,14$;

$8,26 > 5,789$;

2) $6,324 > 6,185$;

$4,253 < 4,653$;

3) $7,538 < 7,548$;

$2,6912 > 2,6301$.

Десятичные дроби сравниваются поразрядно, начиная со старшего разряда.



1. Как изображают на координатном луче десятичные дроби? Например, десятичную дробь 0,8.

2. Как сравнивают десятичные дроби на координатном луче?

3. Как сравнивают десятичные дроби поразрядно? Приведите примеры.

755. Сравните десятичные дроби (устно):

1) $6,2$ и $7,1$;

4) $0,638$ и $0,648$;

2) $5,73$ и $5,69$;

5) $0,971$ и $0,97$;

3) $32,46$ и $32,48$;

6) $10,215$ и $10,309$.

A

756. Выберите из этих чисел равные и запишите их в виде равенства:

1) $2,1$

2) $4,76$

3) $0,5$

4) $10,900$

$2,01$

$4,706$

$0,52$

$10,901$

$2,100$

$4,076$

$0,500$

$10,90$

$2,001$

$4,760$

$0,5000$

$10,9$

757. Какие десятичные дроби изображены точками A, B, C и D на рисунке 4.6?

• Запишите координаты точек A, B, C и D.

• Сравните координаты точек A и B, D и C, A и D.



Рис. 4.6

758. Замените данную десятичную дробь равной ей дробью:

- 1) 5,2000; 2) 86,0500; 3) 0,09300; 4) 0,007000.

Результат запишите в виде равенства.

759. Замените звездочку знаками $<$ или $>$ так, чтобы получилось верное неравенство:

- | | | |
|-----------------|-------------------|---------------------|
| 1) $2,7 * 3,6;$ | 2) $8,30 * 7,94;$ | 3) $7,308 * 7,312;$ |
| $0,4 * 0,39;$ | $0,47 * 0,5;$ | $14,901 * 14,890;$ |
| $0,1 * 0,99;$ | $5,21 * 6,0;$ | $56,053 * 51,983.$ |

760. В каких последовательностях числа расположены в порядке возрастания, а в каких – в порядке убывания:

- 1) 0,1; 0,03; 0,004; 0,0005; ... ;
 2) 0,9; 0,89; 0,789; 0,6789; ... ;
 3) 0,5; 0,55; 0,555; 0,5555; ... ;
 4) 0,8; 0,87; 0,878; 0,8787; ... ?

761. Запишите величины с помощью десятичных дробей и сравните их:

- | | |
|-----------------------------|------------------------------|
| 1) 3 кг 485 г и 4 кг 80 г; | 4) 6 кг 310 г и 9 кг 50 г; |
| 2) 8 км 610 м и 8 км 490 м; | 5) 3 ч 40 мин и 2 ч 50 мин; |
| 3) 5 т 7 кг и 7 т 500 кг; | 6) 26 мин 9 с и 43 мин 16 с. |

762°. Количество вагонов, находящихся перед вагоном, в котором едет Антон, равно количеству вагонов, находящихся после него.

▲ Сколько вагонов в составе поезда, если перед вагоном, в котором едет Антон, 7 вагонов?

▲ В каком вагоне едет Антон, если в составе поезда 19 вагонов?

В

763. Используя цифры 1, 3, 5, 8 и запятую, запишите как можно большую и как можно меньшую десятичные дроби.

764. Представьте обыкновенную дробь в виде десятичной. Запишите числа:

1) в порядке возрастания:

1,4; $\frac{4}{5}$; 0,3; $\frac{1}{10}$; 0,5; $2\frac{3}{5}$; 0,2;

2) в порядке убывания:

0,7; $1\frac{1}{2}$; 0,4; 1,9; $1\frac{1}{5}$; $1\frac{3}{10}$.

765. Замените звездочки цифрами так, чтобы двойное неравенство было верным:

1) $3,735 < 3, * 61 < 3, * 45$;

2) $0,889 < 0,9 * < 0, * 1$;

3) $2,887 < 2,8 * 6 < 2, * 13$;

4) $7,672 < *,315 < *,111$.

766. Сравните десятичные дроби, изображенные точками A, B, C и D (рис. 4.7). Составьте 6 неравенств.



Рис. 4.7

767. Сравните десятичные дроби поразрядно:

1) 4,899 и 4,9;

4) 5,703 и 5,69;

7) 0,0084 и 0,084;

2) 8,205 и 18,205;

5) 3,607 и 3,608;

8) 0,3669 и 0,3619;

3) 7,5 и 7,4;

6) 2,057 и 2,067;

9) 40,3702 и 41,37.

768. Из 9 одинаковых на вид колец одно тяжелее других. Сколько взвешиваний понадобится на чашечных весах без гирь, чтобы найти это кольцо?

769. Массы платины, свинца, золота, серебра и меди объемом 1 см^3 составляют 11,3 г; 19,3 г; 21,5; 8,9 г; 10,5 г. Какой металл сколько весит – неизвестно. Серебро тяжелее меди, но легче свинца. Золото легче платины, но тяжелее свинца. Найдите массу 1 см^3 каждого металла.

770. Туристы проехали $\frac{1}{4}$ всего пути на поезде, $\frac{1}{5}$ пути – на автобусе, а остальную часть пути проплыли на катере. Какую часть пути туристы проплыли на катере? Запишите в виде десятичной дроби части пути в порядке убывания.

- 771.** Из одного города в другой выехал автобус со скоростью $56\frac{2}{5}$ км/ч. Через 1 ч вслед за ним выехала легковая машина. Через 2 ч она догнала автобус и отъехала от него на расстояние 10 км. Найдите скорость легковой машины.

С

- 772.** Найдите равные дроби и запишите их в виде равенства:
 1) 0,7; 0,07; 0,707; 0,700; 0,7070; 0,070;
 2) 2,300; 2,03; 2,303; 2,3; 2,3030; 2,030.
- 773.** Какое из трех чисел наибольшее, а какое – наименьшее? Запишите в виде двойного неравенства:
 1) 18,6; 2) 5,261; 3) 68,3; 4) 81,243;
 0,186; 52,61; 6,83; 0,81243;
 1,86; 0,5261; 0,683; 8,1243.
- 774.** Вместо звездочки поставьте цифру, чтобы неравенство стало верным:
 1) $4,0 * > 4,08$; 4) $10,83 < 10, * 2$; 7) $99,13 > 99, * 5$;
 2) $6,7 * < 6,71$; 5) $1,187 > 1, * 96$; 8) $5,317 > 5,3 * 9$;
 3) $9,2 * 9 > 9,289$; 6) $0,628 < 0,62 *$; 9) $45,8 < 45, * 0$.
- 775.** Запишите обыкновенную дробь в виде десятичной. Сравните дроби.
 1) $1,85$ и $1\frac{4}{5}$; 3) $9,45$ и $9\frac{9}{20}$; 5) $3\frac{2}{5}$ и $3,9$;
 2) $0,2$ и $\frac{3}{20}$; 4) $\frac{8}{25}$ и $0,25$; 6) $7,7$ и $7\frac{3}{4}$.

- 776.** Начертите координатный луч, приняв за единичный отрезок длину, равную 5 см. Отметьте на нем точки $A(0,2)$ и $C(1,9)$.
 1) Начертите отрезок AB , точка B которого удалена от точки $A(0,2)$ правее на 0,9 единиц. Запишите координату точки B .
 2) Начертите отрезок CD , точка D которого удалена от точки $C(1,9)$ левее на 0,6 единиц. Запишите координату точки D .
- 777.** Запишите десятичные дроби в виде обыкновенных. Выполните действия:

$$1) \left(6\frac{1}{8} - 1,75 \right) : \left(9 - 2,2 \cdot \left(5\frac{6}{11} - 3,5 \right) \right) \cdot 1\frac{2}{7};$$

$$2) \left(3\frac{5}{6} - 1\frac{2}{15} \right) \cdot \frac{5}{9} + \left(\left(\frac{1}{20} + 0,24 \right) \cdot 8\frac{1}{3} - 1\frac{1}{6} \right) \cdot 2.$$

Ключевые факты.

Правило сравнения десятичных дробей.

1. Если целые части десятичных дробей различны, то больше та дробь, у которой больше целая часть.

Пример 1. $6,792 < 8,315$.

2. Если целые части десятичных дробей равны, то больше та дробь, у которой больше десятых.

Пример 2. $4,2179 < 4,603$.

3. Если целые части равны и десятых поровну, то больше та дробь, у которой больше сотых и т.д.

Пример 3. $2,341 > 2,3102$.

▲ 768. Два взвешивания. 771. 89,6 км/ч. 776. $B(1,1); D(1,3)$.
777. 1) $1\frac{1}{4}$; 2) 4.



Исторические сведения

В связи с тем, что вычисления с десятичными дробями удобны, их часто используют в промышленности и повседневной жизни. О десятичных дробях и о действиях над ними написал среднеазиатский ученый-математик и астроном аль-Каши в своей книге под названием «Ключ арифметики» (1427). Он изложил способы умножения и деления десятичных дробей и вошел в историю как ученый, который впервые использовал десятичную дробь в вычислениях. Аль-Каши при записи десятичной дроби использовал не запятую, а вертикальную черту.

Через 158 лет о трудах аль-Каши написал нидерландский математик Симон Стевин (1548–1620) в своей книге под названием «Десятичные» (1585). Стевин пропагандировал в странах Европы использование десятичных дробей в вычислениях. Он так же, как и аль-Каши, не использовал запятую при записи десятичной дроби. Целую и дробную части дроби он записывал в одну строчку без запятой. Например, десятичную дробь 37,48 записывал так:

012

3748, или $37 \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline \end{array} 4 \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} 8 \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} .$

Вместо запятой он записывал нуль над разрядом единиц, а цифрами 1, 2, 3 ... он обозначал порядок десятичных знаков.

Запятую для отделения целой части десятичной дроби от ее дробной части ввели шотландский математик Джон Непер (1550–1617) и немецкий астроном Иоганн Кеплер (1571–1630).

В России учение о десятичных дробях впервые описал в первом учебнике математики «Арифметика, сиречь наука числительная» (1703) преподаватель математики Леонтий Филиппович Магницкий (1669–1739).

В последнее время в некоторых странах, например в США, после целой части десятичной дроби стали ставить точку, а после нее записывать дробную часть десятичной дроби. Например, десятичные дроби 1,5; 92,71; 105,813 записывают в виде 1.5; 92.71; 105.813.



1) Научитесь выполнять сложение десятичных дробей по разрядам, начиная с наименьшего:

$$\begin{array}{r} 2,3 + 5,1 \\ \hline 2,3 \\ + 5,1 \\ \hline ?,? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13,15 + 8,6 \\ \hline 13,15 \\ + 8,60 \\ \hline ??,?? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24,783 + 15,06 \\ \hline 24,783 \\ + 15,060 \\ \hline ???,??? \end{array}$$

2) Научитесь выполнять вычитание десятичных дробей по разрядам, начиная с наименьшего:

$$\begin{array}{r} 1) \quad 3,7 - 1,2 \\ \hline 3,7 \\ - 1,2 \\ \hline ?,? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) \quad 7,21 - 1,5 \\ \hline 7,21 \\ - 1,50 \\ \hline ?,?? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3) \quad 25 - 2,64 \\ \hline 25,00 \\ - 2,64 \\ \hline ??,?? \end{array}$$

4.4. Сложение и вычитание десятичных дробей

Пример 1. Сложим десятичные дроби 3,46 и 5,271.

$$\text{Решение. } 3,46 + 5,271 = 3,460 + 5,271 = \frac{3460}{1000} + \frac{5271}{1000} = \frac{8731}{1000} = 8,731.$$

Пример 2. Вычислим разность десятичных дробей 7,51 и 4,387.

$$\text{Решение. } 7,51 - 4,387 = 7,510 - 4,387 = \frac{7510}{1000} - \frac{4387}{1000} = \frac{3123}{1000} = 3,123.$$

Следовательно, сложение (вычитание) десятичных дробей сводится к сложению (вычитанию) натуральных чисел.

$$\begin{array}{r} 3,460 \\ + 5,271 \\ \hline 8,731 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7,510 \\ - 4,387 \\ \hline 3,123 \end{array}$$

Пишут: $3,46 + 5,271 = 8,731$; Пишут: $7,51 - 4,387 = 3,123$

При сложении (вычитании) десятичных дробей сначала у дробей уравнивают число цифр после запятой. Затем их складывают (вычитают) столбиком поразрядно, как натуральные числа. В ответе ставят запятую под запятой.

Задание 1. Запишите слагаемое в столбик и сложите поразрядно. Найдите значение суммы:

- 1) $42,538 + 7,16$; 2) $15,97 + 9,864$.

Выберите правильные ответы:

- A. 25,974; B. 49,698; C. 25,834; D. 49,702.

Задание 2. Запишите вычитаемое под уменьшаемым в столбик и найдите значение разности:

- 1) $27,945 - 14,52$; 2) $9,324 - 2,781$;

Выберите правильные ответы:

- A. 6,543; B. 13,595; C. 13,425; D. 6,813.

Например:

1)
$$\begin{array}{r} 1 \quad 1 \quad 1 \\ 34,683 \\ + 8,564 \\ \hline 43,247 \end{array}$$

2)
$$\begin{array}{r} \bullet \quad \bullet \quad \bullet \\ 17,23 \\ - 8,45 \\ \hline 8,78 \end{array}$$

3)
$$\begin{array}{r} \bullet \\ 49,00 \\ - 44,72 \\ \hline 4,28 \end{array}$$

$34,683 + 8,564 = 43,247$; $17,23 - 8,45 = 8,78$; $49 - 44,72 = 4,28$.

Задание 3. Сравните эти способы нахождения разности. Что в них общего и чем они отличаются?

Сформулируйте вывод о том, как выполняется сложение и вычитание десятичных дробей.

Проверьте себя.

Сложение (вычитание) десятичных дробей выполняется поразрядно, начиная с единиц младшего разряда, как натуральное число, в результате в дробях ставят запятую под запятыми.

Для сложения и вычитания десятичных дробей верны изученные ранее свойства сложения (вычитания) натуральных чисел.

Например,

1) $14,25 + 7,341 = 7,341 + 14,25 = 21,591$ (переместительное свойство сложения);

2) $(15,224 + 8,1) + 1,9 = 15,224 + (8,1 + 1,9) = 25,224$ (сочетательное свойство сложения);

3) $(5,46 + 1,78) - 2,46 = (5,46 - 2,46) + 1,78 = 4,78$ (свойство вычитания числа из суммы);

4) $4,25 - (1,89 + 0,25) = (4,25 - 0,25) - 1,89 = 2,11$ (свойство вычитания суммы из числа).

Примечание. При овладении приемами сложения и вычитания дробей недостающие нули можно приписать только мысленно.



1. Как выполняют сложение десятичных дробей? Приведите примеры.

2. Как сложить десятичные дроби с различным количеством знаков после запятой?

3. Как вычитают десятичные дроби?

778. Вычислите устно:

$$\begin{array}{r} 1) \quad 0,8 + 0,7 \\ + 0,5 \\ - 1,4 \\ + 1,9 \\ - 2 \\ \hline ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) \quad 3,4 - 1,2 \\ + 1,6 \\ - 2,5 \\ + 0,8 \\ - 1,6 \\ \hline ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3) \quad 2,9 + 1,1 \\ - 1,8 \\ + 0,7 \\ - 1,5 \\ + 0,6 \\ \hline ? \end{array}$$

A

779. Выполните сложение десятичных дробей:

1) $0,07 + 13,23$;	2) $85,07 + 3,03$;	3) $6,3 + 2,5 + 0,7$;
$9,02 + 4,28$;	$25,6 + 0,41$;	$9,2 + 3,3 + 1,6$;
$18,36 + 7,14$;	$56 + 0,37$;	$0,1 + 9,9 + 1,5$.

780. Вычислите наиболее удобным способом:

1) $(4 + 1,8) + 2,2$;	2) $0,3 + (1,7 + 2,5)$;	3) $8,3 + (2,7 + 8)$;
$1,6 + (5 + 3,4)$;	$(3,8 + 6) + 4,2$;	$10,2 + (1,7 + 4,8)$;
$(2,41 + 13) + 4,59$;	$12,25 + (8 + 3,75)$;	$(46,3 + 18) + 4,7$.

781. Выполните вычитание десятичных дробей:

1) $6,25 - 4,3$;	4) $41 - 32,5$;	7) $67,45 - 49,88$;
2) $15,9 - 4,75$;	5) $6,5 - 4,7$;	8) $61 - 7,64$;
3) $7,63 - 2,51$;	6) $18,3 - 5$;	9) $95 - 81,08$.

782. 1) Дополните каждое из чисел:

а) 0,3;	0,6;	0,9;	0,35;	0,44 до 1;
б) 2,7;	3,6;	4,5;	5,9;	9,7 до 10;
в) 35,2;	15,7;	76,9;	95,15;	99,99 до 100.

783. Измерьте длины сторон треугольника (рис. 4.8). Выразите их в сантиметрах и найдите периметр: 1) треугольника; 2) четырехугольника.

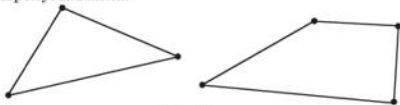


Рис. 4.8

784. Запишите число в виде суммы разрядных слагаемых:
1) 12,75; 2) 1,618; 3) 0,412; 4) 25,803.
785. 1) Представьте в виде суммы двух десятичных дробей число:
а) 2; б) 5; в) 7; г) 9.
2) Представьте в виде разности натурального числа и десятичной дроби следующие числа:
а) 1,7; б) 3,85; в) 14,03; г) 6,25.
786. Упростите выражение:
1) $0,3x + 1,6x - 0,5x$; 3) $3,46x + 9,17x - 2,63x$;
2) $9,25y - 2,3y + 7,05y$; 4) $4,82y - 1,9y + 3,08y$.
787. Протяженность реки Иле, протекающей по территории Казахстана, равна 814,75 км, за его пределами – 624,25 км. Чему равна общая протяженность Иле?
А. 1439 км; В. 1446 км; С. 1200 км; D. 1500 км.
788. Сторона треугольника, равная 6,3 см, на 2,8 см меньше второй стороны и на 0,9 см больше третьей стороны. Найдите периметр треугольника.
789. Составьте выражение и найдите его значение.
Расстояние между двумя пунктами 30,4 км. Из этих пунктов одновременно навстречу друг другу выехали два велосипедиста. Скорость первого 11,5 км/ч, второго – 13,2 км/ч. Какое расстояние будет между ними через час?
790. Найдите закономерности последовательности чисел и запишите следующие три числа:
1) 5,12; 5,22; 5,32; 5,42; ... ;
2) 7,84; 7,82; 7,8; 7,78;

791. Замените звездочки цифрами:

$$\begin{array}{r} 1) \quad * , 2 ** \\ - 2 , * 8 * \\ \hline 1 , 4 4 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) \quad * 6 , * 7 * \\ - \quad * , 0 * \\ \hline 26 , 8 6 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3) \quad 4 * 5 , 6 * \\ - * 4 8 , * 5 \\ \hline 2 7 * , 2 8 \end{array}$$

В

792. Используя свойства вычитания, вычислите рациональным способом:

1) $12,918 - (4,918 + 3,4)$;

3) $(13,245 + 9,88) - 6,88$;

2) $(6,403 + 8,715) - 2,403$;

4) $11,703 - (5,4 + 2,703)$.

793. Запишите обыкновенную дробь в виде десятичной. Вычислите:

1) $5\frac{17}{20} - 3,52 + \frac{4}{5}$; 3) $9\frac{7}{10} + 5,92 - 3\frac{9}{20}$; 5) $36,63 + 9\frac{3}{4} - 6\frac{9}{10}$;

2) $6\frac{4}{25} + 2,81 - 1\frac{3}{4}$; 4) $41,7 - 8\frac{3}{5} + 2\frac{1}{4}$; 6) $58,75 - 21\frac{9}{10} + 4\frac{8}{25}$.

794. Упростите выражение:

1) $0,3x + 0,8y + 1,5x + 1,2y$; 3) $1,5a + 9,7b + 5,8a - 1,3b$;

2) $4,2x + 5,3y - 2,6y - 1,8x$; 4) $12,75a + 1,85b - 9,55a + 3,5b$

795. Из города *A* в город *C* вылетел самолет. Через 2,7 ч он сделал посадку в городе *B*, в котором находился 48 мин. Затем он взлетел и через 2,6 ч долетел до города *C*. Сколько часов потребовалось самолету для преодоления этого пути?

796. Пакет может выдержать не больше 4,7 кг груза. Можно ли положить в него:

1) 0,75 кг конфет, 2,5 кг яблок и 1,8 кг колбасы?

2) 0,67 кг мармелада, 2,13 кг груш и 1,5 кг колбасы?

797. Составьте выражение и найдите его значение.

Расстояние между двумя населенными пунктами *A* и *B* равно 8,5 км. Из пункта *A* по направлению к *B* вышел пешеход. Одновременно с ним из пункта *B* в том же направлении выехал велосипедист. Скорость пешехода 4,7 км/ч, а велосипедиста – 10,4 км/ч. Какое расстояние будет между ними через час?

798. Скорость лисы на 6,7 м/с меньше скорости зайца. Скорость

беркута на 19,4 м/с больше скорости зайца. Какова скорость беркута, если скорость лисы равна 10 м/с?



799. В два кувшина налили молоко. В первом кувшине было 5,4 л молока. Когда из первого кувшина перелили 1,2 л молока во второй, то в нем стало на 2,8 л больше, чем осталось в первом. Сколько литров молока было во втором кувшине?

А. 5,8 л; В. 8 л; С. 7,5 л; D. 10 л.

800. Выразите слагаемые в виде десятичной дроби в часах, найдите их сумму:

1 ч 30 мин + 45 мин + 3 ч 12 мин + 15 мин;

2 ч 15 мин + 30 мин + 1 ч 45 мин + 12 мин.

С

801. Вычислите, применяя переместительное и сочетательное свойства сложения:

1) $2,3 + 4,5 + 0,6 + 0,5 + 1,7 + 0,4$;

2) $8,01 + 9,08 + 5,13 + 1,99 + 0,87 + 4,92$;

3) $6,091 + 7,083 + 3,127 + 0,373 + 2,117 + 0,209$.

802. Найдите сумму:

1) $(9 - 0,9) + (8 - 0,8) + (7 - 0,7) + (6 - 0,6) + (5 - 0,5) + (4 - 0,4)$;

2) $(5,12 - 4,21) + (6,23 - 4,32) + (7,34 - 4,43) + (6,45 - 2,54) + (5,56 - 0,65)$.

803. На координатном луче с единичным отрезком 1 см отмечена точка $C(8,2)$. От точки C правее расположена точка B , а левее – точка A . Найдите AB , если $CB = 2,8$ и $AC = 6,2$.

804. Первый мастер может выполнить задание за 4 ч, второй – за 5 ч. Третий мастер может выполнить за 1 ч на 0,1 задания больше, чем второй. Какая часть задания останется невыполненной, если три мастера будут работать совместно ровно 1 ч?

805. Площадь участка, занятого картофелем, капустой и луком, равна 7 га; картофелем и капустой – 5,2 га. Площадь участка, занятого луком, на 0,35 га меньше, чем площадь участка, занятого капустой. Какова площадь участка, занятого картофелем?

806*. За круглым столом сидят Алихан, Самат, Жандос и Асхат. Среди них есть летчик, художник, экономист, инженер. Справа от инженера и напротив экономиста сидит Асхат. Асхат не художник. Жандос сидит справа от летчика и напротив Самата. У кого какая профессия?

807*. В трех ящиках находятся яблоки. Когда в первый ящик положили 3,6 кг яблок, то в нем стало 9,5 кг. Когда из второго ящика переложили в третий ящик 2,5 кг яблок и из третьего ящика продали 1,75 кг яблок, то масса яблок в трех ящиках стала равной. Сколько килограммов яблок было в каждом ящике первоначально?

808*. Лиса увидела мышь. Сделав 4 прыжка, она поймала бы мышь, но мышь стала убегать. Длина одного прыжка лисы равна длине 12 шагов мыши. За то время, когда лиса делает один прыжок, мышь может сделать 4 шага. Сколько прыжков надо сделать лисе, чтобы поймать мышь?

809. Дополните до прямоугольника четырехугольник $ABCD$ и многоугольник $ABCDEFKL$. Найдите площадь каждой из этих фигур в квадратных сантиметрах (рис. 4.9).

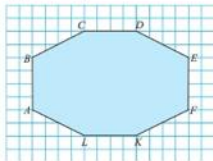
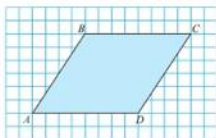


Рис. 4.9

810. Решите уравнение:

1) $\frac{3,557 + x}{2} = 4;$

3) $\frac{12,392 + x}{5} = 2,365 + 2,635;$

$$2) \frac{x - 0,731}{3} = 5;$$

$$4) \frac{125,95 - x}{2,65 + 4,35} = 6.$$

Образец: $\frac{4,907 + y}{3} = 4; (4,907 + y) : 3 = 4; 4,907 + y = 12;$

$$y = 12 - 4,907; \quad y = 7,093.$$

Ключевые факты.

Чтобы сложить (вычесть) десятичные дроби столбиком, нужно:

- 1) уравнять в дробях количество знаков после запятой;
- 2) записать их в столбик так, чтобы цифры одноименных разрядов были в одном столбце (запятая оказалась под запятой);
- 3) сложить (вычесть) числа поразрядно;
- 4) в полученном результате поставить запятую под запятыми в данных дробях.

1)

	9	2	0	0	
+	3	5	1	8	
	1	2	7	1	8

$$9,2 + 3,518 = 12,718$$

2)

	3	2	8	5	0
		3	6	7	3
	2	9	1	7	7

$$32,85 - 3,673 = 29,177.$$



788. 20,8 см. **789.** 5,7 км. **795.** Через 6,1 ч. **797.** 14,2 км.
798. 36,1 м/с. **800.** 1) 5,7 ч; 2) 4,7 ч. **802.** 1) 35,1; 2) 14,55.
804. 0,25 части задания. **805.** 3,05 га выделили под картофель. **807.** 5,9 кг; 12 кг; 8,75 кг. **808.** 6 прыжков. **809.** Площадь $ABCD$ равна 12 см^2 . Площадь $ABCEFL$ равна 20 см^2 .



Масса 1 см^3 железа 7,9 г. Какова масса 4 см^3 железа? Решите задачу тремя способами.

Способ 1. Замените умножение сложением одинаковых слагаемых.
 $7,9 + 7,9 + 7,9 + 7,9 = ?$

Способ 2. Запишите десятичную дробь 7,9 в виде смешанного числа $7\frac{9}{10}$, выполните умножение смешанного числа на натуральное число:

$$7\frac{9}{10} \cdot 4 = ?$$

Способ 3. Не обращая внимания на запятую, выполните умножение натуральных чисел 79 и 4.

В чем отличие значения произведения, вычисленного способом 3, от значений произведений, вычисленных способами 1 и 2? Что нужно учесть, чтобы значение произведения, вычисленного способом 3, было правильным? Как выполнить умножение десятичной дроби на натуральное число?

4.5. Умножение десятичной дроби на натуральное число

Например, найдем произведение десятичной дроби 4,23 на натуральное число 5.

Запишем десятичную дробь в виде смешанного числа и умножим его на натуральное число:

$$4,23 \cdot 5 = 4 \frac{23}{100} \cdot 5 = \frac{423}{100} \cdot 5 = \frac{423 \cdot 5}{100} = \frac{2115}{100} = 21 \frac{15}{100} = 21,15;$$

$$4,23 \cdot 5 = 21,15.$$

$\uparrow \uparrow$ $\uparrow \uparrow$
 2 цифры 2 цифры

Отсюда видно, что умножение десятичной дроби на натуральное число свелось к умножению натуральных чисел. Не обращая внимания на запятую, число 4,23 умножим на 5. В полученном произведении (2115) отделим запятой две цифры справа, то есть столько цифр (десятичных знаков) сколько цифр (десятичных знаков) стоит после запятой в десятичной дроби 4,23.

$$\begin{array}{r} 4,23 \\ \times \quad 5 \\ \hline 21,15 \end{array}$$

Пишут: $4,23 \cdot 5 = 21,15$.

? Задание. Найдите значение произведения:

- 1) $25,85 \cdot 7$; 2) $8,9 \cdot 6$; 3) $0,009 \cdot 8$.

Сформулируйте правило умножения десятичной дроби на натуральное число.

Проверьте себя.

$$\begin{array}{r} \times 25,85 \\ \quad 7 \\ \hline 180,95 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 8,9 \\ \quad 6 \\ \hline 53,4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 0,009 \\ \quad 8 \\ \hline 0,072 \end{array}$$

$$25,85 \cdot 7 = 180,95; \quad 8,9 \cdot 6 = 53,4; \quad 0,009 \cdot 8 = 0,072.$$

Правило умножения десятичной дроби на натуральное число.

При умножении десятичной дроби на натуральное число сначала надо выполнить умножение, не обращая внимания

на запятую. Затем в значении произведения отделить запятой справа столько цифр (десятичных знаков), сколько их имеется после запятой в десятичной дроби.

При умножении десятичной дроби на натуральное число выполняются переместительное, сочетательное и распределительное свойства умножения.

Переместительное свойство: $2,81 \cdot 3 = 3 \cdot 2,81$.

Сочетательное свойство: $(3 \cdot 2,5) \cdot 4 = 3 \cdot (2,5 \cdot 4)$.

Распределительное свойство: $(6,3 + 2) \cdot 5 = 6,3 \cdot 5 + 2 \cdot 5$.



1. Сформулируйте правило умножения десятичной дроби на натуральное число.
2. Сколько цифр после запятой в записи значения произведения, если число 0,005 умножить на натуральное число?

811. Вычислите (устно):

- | | | | |
|--------------------|---------------------|--------------------|---------------------|
| 1) $0,6 \cdot 7$; | 2) $0,03 \cdot 9$; | 3) $1,2 \cdot 4$; | 4) $3,5 \cdot 10$; |
| $0,9 \cdot 5$; | $0,04 \cdot 8$; | $1,6 \cdot 3$; | $4,42 \cdot 10$; |
| $0,4 \cdot 3$; | $0,06 \cdot 4$; | $1,5 \cdot 5$; | $6,3 \cdot 100$. |

A

Выполните умножение (**812, 813**).

- 812.**
- | | | |
|---------------------|----------------------|----------------------|
| 1) $6,3 \cdot 7$; | 4) $4,5 \cdot 12$; | 7) $9,03 \cdot 17$; |
| 2) $8,35 \cdot 3$; | 5) $8,31 \cdot 14$; | 8) $9,04 \cdot 15$; |
| 3) $9,6 \cdot 8$; | 6) $9,5 \cdot 11$; | 9) $2,15 \cdot 12$. |

- 813.**
- | | | |
|---------------------|---------------------|---------------------------|
| 1) $0,5 \cdot 45$; | 4) $0,8 \cdot 5$; | 7) $(1,7+2) \cdot 4$; |
| 2) $0,4 \cdot 40$; | 5) $0,7 \cdot 3$; | 8) $(5,3+1,4) \cdot 3$; |
| 3) $0,2 \cdot 9$; | 6) $0,3 \cdot 25$; | 9) $(6,15+3,5) \cdot 5$. |

814. Найдите значение выражения:

- 1) $2,9x$ при $x = 5$; 12 ;
- 2) $1,6x + y$ при $x = 5$; $y = 5,6$;
- 3) $0,84x + 0,5y$ при $x = 3$; $y = 4$;
- 4) $7,5x + 6,9y$ при $x = 8$; $y = 3$;

815. Скорость звука в воздухе 332,5 м/с. Звук летящего самолета был услышан через 4 с после его обнаружения. На каком расстоянии находился самолет, когда был услышан звук?



816. Какое расстояние проедет легковая машина за 4 ч, если ее скорость 74,8 км/ч?

817. 1) Найдите периметр квадрата со стороной 5,7 см.

2) Длина прямоугольника 5,6 см, ширина 3,7 см. Найдите периметр прямоугольника.

818. Цена 1 кг конфет 560 тенге.

- Сколько тенге нужно заплатить за 3 кг 500 г конфет?
- Сколько тенге нужно заплатить за a кг конфет?

819. Вместо звездочек поставьте пропущенные цифры:

$$\begin{array}{r} 1) \quad \times 5, * 3 \\ \quad * 4 \\ + \quad * * 5 * \\ \hline * * 3 9 \\ \hline 1 7 4, 4 * \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) \quad \times * 7, * \\ \quad 2 * \\ + \quad 0 0 0 \\ \hline 1 3 * 0 \\ \hline * * * *, * \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3) \quad \times 0, * 1 * \\ \quad * 4 \\ + \quad 2 8 6 4 \\ \hline * 1 * \\ \hline 1 0, 0 2 4 \end{array}$$

В

820. Выполните действия:

- | | |
|-------------------------------|----------------------------------|
| 1) $(2,6 + 3,7) \cdot 5$; | 4) $(48,316 - 19,83) \cdot 20$; |
| 2) $(18,07 - 6,03) \cdot 8$; | 5) $(15,07 - 8,9) \cdot 30$; |
| 3) $(24,95 + 17,8) \cdot 9$; | 6) $(2 - 0,7) \cdot 50$. |

821. Выполните действия:

- | | |
|--------------------------------------|--|
| 1) $2,3 \cdot 11 + 1,8 \cdot 15$; | 4) $1,5 \cdot 10 + 2,08 \cdot 45$; |
| 2) $6,25 \cdot 16 + 18,9 \cdot 21$; | 5) $12,08 \cdot 100 - 75,6 \cdot 11$; |
| 3) $9,03 \cdot 25 - 10,7 \cdot 15$; | 6) $46,131 \cdot 10 + 91,05 \cdot 100$. |

822. Вычислите рациональным способом:

- 1) $8,3 \cdot 7 + 4,5 \cdot 7 + 1,7 \cdot 7 + 5,5 \cdot 7$;
- 2) $0,85 \cdot 4 + 0,73 \cdot 5 + 0,15 \cdot 4 + 0,27 \cdot 5$;
- 3) $5,25 \cdot 2 + 6,31 \cdot 3 + 2 \cdot 0,75 + 3 \cdot 0,69$.

823. Выразите:

- 1) в метрах: 4,25 км; 0,82 км; 0,021 км; 1,8 км;
- 2) в граммах: 16,3 кг; 6,25 кг; 0,64 кг; 0,003 кг;
- 3) в минутах: 0,5 ч; 1,2 ч; 2,1 ч; 4,6 ч;
- 4) в секундах: 3,2 мин; 4,5 мин; 0,7 мин; 9,25 мин.

Образец: $1,4 \text{ ч} = 1,4 \cdot 60 = 84 \text{ (мин)}$.

824. В пассажирском поезде 15 вагонов. Из них 0,6 составляют купейные вагоны, остальные – плацкартные. Сколько плацкартных вагонов в пассажирском поезде?

А. 10 вагонов; В. 5 вагонов; С. 6 вагонов; D. 4 вагона.

825. У мальчика было 480 тг. Он потратил 0,25 этой суммы и 0,5 остатка. Сколько денег он потратил?

826. В стране 18 больших городов, каждые два из которых соединены авиалинией. Сколько всего авиалиний между этими городами?

827. На одном ткацком станке за 1 ч вырабатывается 3,45 м ткани. Сколько метров ткани можно выработать за 7 часов, если ткачиха одновременно обслуживает 2 станка?

828. 1) Самолет «Ту-134» летел 1,5 ч со скоростью 900 км/ч, а 0,4 ч – со скоростью 850 км/ч. Сколько всего километров пролетел самолет?

2) Для обивки одного дивана нужно 3,25 м ткани, а для обивки одного стула – 0,75 м. Сколько метров ткани нужно для обивки 2 диванов и 12 стульев?

829. Моторная лодка 2 ч плыла по течению реки и 3 ч против течения. Собственная скорость моторной лодки 19,5 км/ч, скорость течения реки 2,8 км/ч. Какое расстояние проплыла моторная лодка?



830. Решите уравнение:

К. $\frac{m}{1,8 + 2,05} = 9$; А. $\frac{k}{8 - 6,09} = 6$; Б. $\frac{x}{78,09 + 21,91} = 0,736$;

Л. $\frac{n}{5} = 63 - 56,08$; И. $\frac{z}{19,63 + 0,37} = 8,376$; Ш. $\frac{y}{98,35 - 83,17} = 7$.

11,46	34,6	73,6	34,65	11,46	106,26	167,52

В таблице под числами, являющимися корнями уравнений, запишите букву, стоящую рядом с данным уравнением.

Вы узнаете имя среднеазиатского ученого, исследовавшего десятичные дроби.

С

831. Вычислите рациональным способом:

- 1) $(0,9 \cdot 5 + 5 \cdot 0,6) - (0,7 \cdot 2 + 3 \cdot 0,7)$;
- 2) $(13 \cdot 2,5 - 2,5 \cdot 9) + (8 \cdot 5,6 - 3,1 \cdot 8)$;
- 3) $(3,61 \cdot 7 + 7 \cdot 0,13) - (2,26 \cdot 4 + 3 \cdot 2,26)$.

832. Примените распределительное свойство умножения:

- 1) $(5,1 + 3,25x) \cdot 6$;
- 4) $(0,5m - 6,19) \cdot 14$;
- 2) $(1,03y - 9,17) \cdot 12$;
- 5) $(2,3 + 1,8m) \cdot 71$;
- 3) $(29,66 - 8,9x) \cdot 10$;
- 6) $(0,08k - 0,03) \cdot 85$.

833. Земля движется вокруг Солнца со скоростью 29,8 км/с.

Какой путь мы проделываем по орбите вместе с Землей:

- 1) за 2 мин; 2) за 2 часа?

834. Цена товара 840 тг.

Цена товара:

- 1) снизилась на 0,25 от первоначальной цены;
- 2) повысилась на 0,08 от первоначальной цены.

Сколько тенге стал стоить товар?

835. Для заполнения бассейна из двух труб одновременно в течение 3,15 ч поступает вода. Из первой трубы за 1 мин поступает 40 л воды, а из второй за то же время – в 1,25 раза больше. Каков объем бассейна?

836. Металлический бачок без крышки имеет форму куба, ребро которого равно 60 см. Сколько граммов краски требуется для покраски поверхности этого бачка, если для покраски 1 дм² нужно 2,2 г краски?

837°. На заводе собрали 725 станков. Из них 0,6 составляют токарные станки, 0,7 оставшихся станков – фрезерные, остальные шлифовальные. Сколько шлифовальных станков собрали на заводе?

838. Расстояние между двумя городами 490 км. Из одного города выехала легковая машина со скоростью 90 км/ч. Через 1 ч

30 мин из другого города навстречу ей выехала грузовая машина со скоростью 70 км/ч. Какое расстояние будет между ними через 1 ч 45 мин после выезда грузовой машины?

А. 70 км; В. 75 км; С. 80 км; D. 87 км.

839. Ученик может выполнить работу за 6 ч, а мастер ту же работу – за $\frac{2}{3}$ этого времени. Вначале 2 ч работал ученик, а затем оставшуюся часть работы они сделали вместе. Сколько времени они работали вместе?

♦840*. Используя источники ИКТ, запишите скорость распространения света. Свет от Солнца до Земли идет за 8,3 мин. Вычислите это расстояние.

Ключевые факты.

Чтобы умножить десятичную дробь на натуральное число, надо:

- 1) умножить ее на это натуральное число, не обращая внимания на запятую;
- 2) в полученном произведении отделить запятой столько цифр справа, сколько их отделено запятой в десятичной дроби.

Примеры.

1) 41,54

$$\begin{array}{r} \times \quad 15 \\ \hline 20770 \\ + \quad 4154 \\ \hline 623,10 = 623,1 \end{array}$$

$$41,54 \cdot 15 = 623,1;$$

2) 0,018

$$\begin{array}{r} \times \quad 24 \\ \hline 72 \\ + \quad 36 \\ \hline 0,432 \end{array}$$

$$0,018 \cdot 24 = 0,432$$

▲ 822. 1) 140; 2) 9; 3) 33. 825. 300 тг. 826. 153 авиалинии.

829. 94,7 км. 835. 283,5 л. 836. 396 г.

837. 87 шлифовальных станков. 839. 1,6 ч. 840. 149 400 000 км.



Выполните умножение:

$$4,2 \cdot 4,3;$$

$$0,8 \cdot 3,75;$$

$$9,21 \cdot 6,5;$$

$$12,6 \cdot 4,2;$$

$$0,35 \cdot 0,6;$$

$$3,48 \cdot 0,5.$$

$$\text{Образец: } 3,2 \cdot 5,6 = 3 \frac{2}{10} \cdot 5 \frac{6}{10} = \frac{32}{10} \cdot \frac{56}{10} = \frac{1792}{100} = 17 \frac{92}{100} = 17,92;$$

$$3,2 \cdot 5,6 = 17,92.$$

Произведение равно 17,92.

Если множители 3,2 и 5,6 перемножим как натуральные числа, не обращая внимания на запятые, то получим $32 \cdot 56 = 1792$. Произведение равно 1792.

Какое различие между числами 17,92 и 1792? Почему?

4.6. Умножение десятичных дробей

Задача. Длина прямоугольника 6,15 см, ширина 4,3 см. Найдите площадь прямоугольника.

Решение. Чтобы найти площадь прямоугольника, нужно ее длину умножить на ширину.

$$6,15 \cdot 4,3 = 6 \frac{15}{100} \cdot 4 \frac{3}{10} = \frac{615}{100} \cdot \frac{43}{10} = \frac{26445}{1000} = 26,445.$$

Значит, умножение десятичных дробей (6,15 и 4,3) свелось к умножению натуральных чисел (615 и 43).

$$\begin{array}{r} 6,15 \\ \times 4,3 \\ \hline 1845 \\ + 2460 \\ \hline 26,445. \end{array}$$

В первом множителе имеются две цифры после запятой, во втором – одна, а в значении произведения 26,445 – три цифры после запятой.

Пишут: $6,15 \cdot 4,3 = 26,445$.

Ответ: $26,445 \text{ см}^2$.

? **Задание.** Найдите значение произведения чисел:

- 1) $9,8 \cdot 3,2$; 2) $2,16 \cdot 1,07$; 1) $0,134 \cdot 0,02$.

Подсказка.

1. Не обращая внимания на запятые, перемножьте множители.

2. В полученном значении произведения отделите запятой справа столько цифр (десятичных знаков), сколько их в обоих множителях вместе.

Если в произведении получается меньше цифр, чем надо отделить запятой, то к нему приписываем слева нуль или несколько нулей.

Проверьте себя.

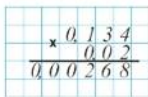
1)



2)



3)



$$9,8 \cdot 3,2 = 31,36; 2,16 \cdot 1,07 = 2,3112; 0,134 \cdot 0,02 = 0,00268.$$

По результатам умножения десятичных дробей сформулируем правило.

Правило умножения десятичных дробей.

Две десятичные дроби перемножают как натуральные числа, не обращая внимания на запятые. В значении произведения отделяют запятой справа столько цифр (десятичных знаков), сколько их содержится после запятой в обоих множителях вместе.



1. Сформулируйте правило умножения десятичных дробей.
2. Что надо сделать при умножении десятичных дробей, если в произведении меньше цифр, чем надо отделить запятой?

841. Вычислите устно:

- 1) $1,3 \cdot 0,1$; 3) $0,5 \cdot 0,7$; 5) $3,2 \cdot 0,2$; 7) $56,7 \cdot 0,1$;
- 2) $1,3 \cdot 0,3$; 4) $4,5 \cdot 0,2$; 6) $0,3 \cdot 0,1$; 8) $2,5 \cdot 0,5$.

A

Выполните умножение (842–844).

842. 1) $6,3 \cdot 1,8$; 3) $0,8 \cdot 4,6$; 5) $1,9 \cdot 3,5$; 7) $2,5 \cdot 0,9$;
2) $5,6 \cdot 2,5$; 4) $0,3 \cdot 1,5$; 6) $0,2 \cdot 8,5$; 8) $1,7 \cdot 0,3$.

843. 1) $17,4 \cdot 5,2$; 3) $1,42 \cdot 0,3$; 5) $10,2 \cdot 2,02$; 7) $32,5 \cdot 0,6$;
2) $5,81 \cdot 1,5$; 4) $2,6 \cdot 0,24$; 6) $5,08 \cdot 3,03$; 8) $46,2 \cdot 0,07$.

844. 1) $7,22 \cdot 0,08$; 4) $0,91 \cdot 0,2$; 7) $3,52 \cdot 0,7$;
2) $0,61 \cdot 0,023$; 5) $0,14 \cdot 0,25$; 8) $16,03 \cdot 0,6$;
3) $0,25 \cdot 1,32$; 6) $0,6 \cdot 0,08$; 9) $36,11 \cdot 0,5$.

845. Известно, что $37 \cdot 15 = 555$. Используя этот результат, найдите произведение:

- 1) $3,7 \cdot 1,5$; 2) $0,37 \cdot 1,5$; 3) $0,37 \cdot 0,15$.

846. Сравните, не выполняя вычислений. Запишите результат с помощью знаков $<$, $>$ или $=$.

- 1) $3,52 \cdot 0,5 * 3,52$; 3) $12,8 \cdot 0,7 * 12,8$; 5) $7,25 \cdot 0,14 * 7,25$;
2) $7,02 \cdot 1,7 * 7,02$; 4) $2,3 \cdot 3,2 * 2,3$; 6) $9,31 \cdot 1,14 * 9,31$.

847. Заполните таблицу:

a	0,1	0,2	0,3	0,4
a^2				
a^3				

848. Запишите обыкновенную дробь в виде десятичной. Вычислите:

- 1) $2\frac{3}{10} \cdot 1,1$; 3) $4\frac{1}{5} \cdot 2,5$; 5) $6\frac{1}{4} \cdot 3,3$; 7) $4\frac{1}{2} \cdot 5,4$;
2) $\frac{71}{100} \cdot 6,3$; 4) $7\frac{1}{20} \cdot 1,4$; 6) $\frac{11}{50} \cdot 3,3$; 8) $6,5 \cdot \frac{1}{2}$.

849. Найдите дробь от величин:

- 1) 0,5 от 7 кг; 3) 0,3 от 8,1 м; 5) 0,6 от 31 дм;
2) 0,7 от 3 т; 4) 0,8 от 5,75 кг; 6) 0,2 от 450 г.

850. Ширина хоккейных ворот 1,8 м, высота 1,2 м. Найдите площадь хоккейных ворот.



851. Масло составляет 0,25 массы сметаны. Сколько килограммов масла в 3,8 кг сметаны?

852. Площадь фермерского хозяйства составляет 70,5 га. На $\frac{3}{5}$ этой площади посеяли пшеницу, на остальной – овощи. Какова площадь участка, занятого овощами?

853. Алибек задумал число. Когда он разделил его на 2,5 и от результата отнял 18,25, получилось 13,95. Какое число задумал Алибек?

- A. 78,5; B. 82,7; C. 80,5; D. 85,3.

854. Первый оператор за час набирает 0,3 произведения, а второй за то же время – 0,5 произведения. Закончат ли они набор, если 1,25 ч будут работать совместно?

855. Упростите выражение, найдите его значение:

- 1) $15,2x + 8,3 + 4,6x + 7,5$ при $x = 0,5$;
- 2) $19,8y - 12,6y + 4,37 + 3,1y$ при $y = 2,1$;
- 3) $(6,5x - 2,7x) + (13,4x - 5,2x)$ при $x = 0,7$.

856. Вычислите, используя распределительное свойство умножения:

- 1) $18,3 \cdot 0,5 - 5,81 \cdot 0,5$;
- 2) $2,07 \cdot 0,7 + 2,07 \cdot 7,2$;
- 3) $38,6 \cdot 1,8 + 1,8 \cdot 2,7$;
- 4) $10,27 \cdot 5,1 + 8,3 \cdot 5,1$;
- 5) $2,3 \cdot 9,5 - 7,2 \cdot 2,3$;
- 6) $0,4 \cdot 5,1 + 6,9 \cdot 0,4$.

857. Выполните действия в десятичных дробях:

- 1) $32,6 - 5\frac{1}{4} + 1\frac{1}{5} \cdot 8,5$;
- 2) $1\frac{3}{4} \cdot 32,8 - 1,12 \cdot 3,5$;
- 3) $147 - 13\frac{3}{5} \cdot 4,8 + 3\frac{1}{2} \cdot 6,8$;
- 4) $0,2 \cdot \left(5\frac{1}{4} + 6,1\right) + 0,01 \cdot 3$.

858. Цена товара была 720 тг, затем она:

- 1) снизилась на 0,25 от первоначальной цены;
- 2) повысилась на 0,08 от первоначальной цены. Сколько тенге стал стоить товар?

Практическая работа

859. В воздухе объемом 1 м^3 содержится $0,21 \text{ м}^3$ кислорода. Измерьте длину, ширину, высоту своей комнаты. Вычислите объем кислорода в составе воздуха комнаты.

860. Банк выплачивает вкладчикам каждый год 0,05 от внесенной суммы. Клиент открыл вклад в 940 тыс. тенге. Какая сумма будет на его счете через год?

861. Имея два ведра емкостями 7 л и 4 л, как можно набрать из реки 5 л воды?

862. Собственная скорость катера равна $20,4 \text{ км/ч}$, скорость течения реки $3,2 \text{ км/ч}$. Когда катер прошел по течению реки 2,5 часа, до пристани оставалось еще 16,3 км. Сколько километров уже проплыл катер?



863. Сосуд вместимостью 2,5 л заполнен молоком на 0,8 своего объема. Отлили $\frac{3}{4}$ этого молока. Сколько литров молока осталось в сосуде?

864. Решите уравнение:

$$1) \frac{x}{6,2} = 5,25;$$

$$3) \frac{y + 0,792}{2,16} = 8\frac{7}{10};$$

$$5) \frac{x - 1,65}{10,25} = 13,4;$$

$$2) \frac{x + 0,7}{2,6} = 4\frac{1}{2};$$

$$4) \frac{x + 0,4}{2,4} = 3\frac{1}{4};$$

$$6) \frac{x - 0,55}{6,25} = \frac{3}{5}.$$

С

865. Выполните действия:

$$1) (24 - 15,7) \cdot 6,4 + 0,08 \cdot 11;$$

$$2) (5,69 - 2,85) \cdot 1,5 + 7,8 \cdot 5,4 - 23,88;$$

$$3) (98,6 \cdot 0,1 + 14 \cdot 0,15) \cdot 3,5 - 36,86;$$

$$4) (103,92 - 5,6 \cdot 4,2) \cdot 0,75 - 2,8 \cdot (10 - 8,25).$$

866. Используя распределительное свойство умножения, найдите значения букв, при которых выполняется равенство:

$$1) a \cdot (2,3 + 1,6) = 4,2 \cdot 2,3 + b; \quad 2) c \cdot (7,2 - 3,9) = 0,5 \cdot 7,2 - d.$$

867. В первый день мукомольный завод произвел $50\frac{1}{2}$ т муки, во второй день – 0,9 муки, произведенной за первый день. В третий день завод произвел в 1,2 раза больше муки, чем за второй день. Сколько всего тонн муки произвел мукомольный завод за три дня?

868. Из одного пункта одновременно в одном направлении выехали два всадника. Скорость первого всадника 12,8 км/ч, скорость второго – в 1,3 раза больше. Какое расстояние будет между ними через 1,5 ч?

869. В первый день на маслозавод привезли 28 т семян подсолнечника, во второй день – в 1,3 раза больше. Из всех семян изготовили подсолнечное масло, масса которого равна 0,35 массы семян. Сколько всего тонн подсолнечного масла изготовили?

870. Нужно очистить от снега дорогу от дома до ворот шириной 4 м (рис. 4.10). Толщина снежного покрова на ней равна 30 см, масса 1 м³ снега 125 кг. Сколько килограммов снега нужно убрать с дороги?

A. 3645 кг; C. 4200 кг;
B. 2950 кг; D. 3270 кг.

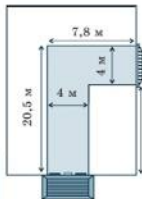


Рис. 4.10

871. Усен и Майра – брат и сестра. Кроме них в семье есть и другие дети. У Усена столько сестер, сколько братьев, а у Майры сестер в 2 раза меньше, чем братьев. Сколько детей в семье?

872. В первый раз цена товара снизилась на 0,2 от первоначальной цены, во второй раз она повысилась на 0,2 от последней цены. Как изменилась цена товара относительно первоначальной – повысилась или понизилась? На сколько?

Ключевые факты.

Чтобы умножить десятичные дроби, надо:

- 1) выполнить умножение, не обращая внимания на запятые;
- 2) отделить в полученном произведении запятой столько цифр справа, сколько их стоит после запятой в обоих множителях вместе.

Например, найдем значение произведения чисел:

1) 7,32 и 2,8

2) 0,37 и 0,024

			7	3	2
		×		2	8
			5	8	5
			1	4	6
			2	0	4
			2	0	4
			2	0	4
			2	0	4
			2	0	4

$$7,32 \cdot 2,8 = 20,496;$$

			0	3	7
		×	0	0	2
			0	0	2
			1	4	8
			7	4	
			0	0	0
			0	0	0
			0	0	0
			0	0	0

$$0,37 \cdot 0,024 = 0,00888$$

857. 1) 181,35; 2) 53,48; 3) 105,52; 4) 2,3. 860. 987 000 тг.

862. 75,3 км. 863. 0,5 л. 864. 2) 11; 4) 7,4; 6) 4,3.

865. 3) 5; 4) 55,4. 866. 1) $b = 6,72$; 2) $d = 1,95$. 868. 5 км 760 м.

872. Понизилась на 0,04 от первоначальной цены.



Решите уравнение:

$$2x = 8,4; 7x = 9,1; 6x = 30,6;$$

Образец: 1) $2x = 14,6$;

$$x = 14,6 : 2;$$

$$x = 7,3.$$

$$2) 3x = 8,4;$$

$$x = 8,4 : 3;$$

$$x = 2,8.$$

Проверка: $3 \cdot 2,8 = 8,4$

$$8,4 = 8,4.$$

$$12x = 72,6.$$

$$: 2$$

$$14,6 : 2 = 7,3.$$

$$: 2$$

$$\begin{array}{r} 8,4 \overline{) 3} \\ - 6 \overline{) 2,8} \\ \hline 24 \\ - 24 \\ \hline 0 \end{array}$$

4.7. Деление десятичной дроби на натуральное число

Деление десятичной дроби на натуральное число выполняется по тому же правилу, что и деление натуральных чисел. Надо только научиться ставить запятую в частном.

Пример 1. Найдём значение частного $41,56 : 8$.

$$\begin{array}{r} 41,560 \overline{) 8} \\ - 40 \overline{) 5,195} \\ \hline 15 \\ - 8 \overline{) 76} \\ \hline 76 \\ - 72 \overline{) 40} \\ \hline 40 \\ - 40 \overline{) 0} \\ \hline 0 \end{array}$$

Сначала разделим на 8 число 41 – целую часть дроби 41,56; после этого в частном поставим запятую.

Остаток от деления раздробим в десятые и разделим 15 десятых на 8. Новый остаток раздробим в сотые и разделим 76 сотых на 8. Нуль в остатке не получился.

К остатку приписываем 0. Разделим 40 тысячных на 8. В частном получим 5 тысячных. Деление закончено.

Значит, $41,56 : 8 = 5,195$.

Проверка: $5,195 \cdot 8 = 41,56$.

Нам известно, что десятичная дробь не изменится, если к ней приписать справа нуль или несколько нулей.

А в подобных случаях, как на примере 1, нуль можно приписывать не к делимому, а непосредственно к остатку.

? **Задание.** Найдите значение частного $2,34 : 5$.

Ответьте на вопросы:

1) В каком случае в частном получается 0 целых?

2) Что нужно делать, если при делении десятичной дроби на натуральное число получается остаток?

Сформулируйте правило деления десятичной дроби на натуральное число.

Проверьте себя.

Решение. $2,34 : 5 = 0,468$.

$$\begin{array}{r} 2,34 \quad | \quad 5 \\ - 20 \quad | \quad 0,468 \\ \hline 34 \\ - 30 \\ \hline 40 \\ - 40 \\ \hline 0 \end{array}$$

Проверка: $0,468 \cdot 5 = 2,34$. необходимое число нулей.

1. Если целая часть делимого меньше делителя, то в частном получается 0 целых.

2. Если вычисление не заканчивается делением дробной части делимого и получается остаток, то нужно приписать к нему

Правило деления десятичной дроби на натуральное число.

Чтобы разделить десятичную дробь на натуральное число, надо разделить целую часть на это число. Когда закончится деление целой части, поставить в частном запятую. Продолжить деление, раздробляя остатки в десятичные доли (единицы – в десятые, десятые – в сотые, сотые – в тысячные и т.д.).

Например, найдем частные:

1) $31,5 : 28$;

2) $3,32 : 4$;

3) $0,08 : 4$.

$$\begin{array}{r} 31,528 \\ - 28 \quad | \quad 1,125 \\ \hline 35 \\ - 28 \\ \hline 70 \\ - 56 \\ \hline 140 \\ - 140 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3,324 \\ - 0 \quad | \quad 0,83 \\ \hline 33 \\ - 32 \\ \hline 12 \\ - 12 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$3,32 : 4 = 0,83$$

$$\begin{array}{r} 0,084 \\ - 0 \quad | \quad 0,02 \\ \hline 00 \\ - 00 \\ \hline 08 \\ - 08 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$0,08 : 4 = 0,02$$

$$31,5 : 28 = 1,125$$

Бывают случаи, когда при делении десятичной дроби снова и снова получается остаток. В этом случае для того, чтобы найти частное, рационально выполнить деление с помощью обыкновенных дробей.

Например, $0,7 : 3 = \frac{7}{10} : 3 = \frac{7}{10 \cdot 3} = \frac{7}{30}$.

С помощью деления можно найти десятичную дробь, равную данной обыкновенной дроби. Например, обратим обыкновенную дробь $\frac{1}{2}$ в десятичную.

Дробь $\frac{1}{2}$ является частным от деления 1 на 2; $1 : 2 = 0,5$.

Значит, дробь $\frac{1}{2}$ равна десятичной дроби 0,5; $\frac{1}{2} = 0,5$.

Точно так же, $\frac{3}{4} = 3 : 4 = 0,75$; $\frac{3}{4} = 0,75$. $5\frac{3}{5} = \frac{28}{5} = 28 : 5 = 5,6$;
 $5\frac{3}{5} = 5,6$.

Чтобы обыкновенную дробь записать в виде десятичной, надо ее числитель разделить на знаменатель.



1. По какому правилу выполняют деление десятичных дробей на натуральное число?

2. Как выполняют деление, если целая часть делимого меньше делителя?

873. Вычислите устно:

1) $3,7 - 1,5$ 2) $4,9 + 1,5$

$\cdot 10$ $- 2$

$- 17,5$ $\cdot 0,1$

$+ 4,2$ $+ 1,56$

$- 1,8$ $- 0,7$

$\frac{\quad}{?}$ $\frac{\quad}{?}$

3) $1,3 + 7,9$

$- 4,2$

$+ 6,6$

$- 7,2$

$\cdot 0,1$

$\frac{\quad}{?}$

4) $0,34 + 1,55$

$- 0,89$

$- 0,6$

$+ 2,7$

$\cdot 10$

$\frac{\quad}{?}$

Вычислите устно (874–876).

874. 1) $12,6 : 3$;

2) $3,2 : 4$;

3) $6,4 : 2$;

4) $2,4 : 8$;

$4,8 : 2$;

$6,4 : 8$;

$8,1 : 9$;

$4,2 : 6$;

$3 : 2$;

$7,2 : 9$;

$4,2 : 7$;

$5,4 : 9$.

A

875. 1) $3,5 : 7$;

2) $28,8 : 9$;

3) $78,1 : 11$;

4) $67,2 : 21$;

$10,4 : 8$;

$25,8 : 6$;

$72,8 : 13$;

$43,7 : 23$;

$26,1 : 3$;

$63 : 5$;

$65,8 : 14$;

$57,5 : 25$.

876. 1) $1,37 : 2$;

2) $0,4 : 8; 3)$

$4,8 : 12$;

4) $0,35 : 7$;

$8,4 : 15$;

$0,3 : 5$;

$13,6 : 16$;

$0,54 : 9$;

$11,16 : 18$;

$0,8 : 5$;

$0,8 : 20$;

$0,72 : 4$.

877. Выполните действия:

- 1) $10,5 : 15 + 1,8$; 3) $46,2 : 132 \cdot 1,6$; 5) $(42,3 + 34,2) : 9 + 3,5$;
2) $67,2 : 12 - 3,25$; 4) $(16,3 + 21,5) : 14$; 6) $(47,52 - 7,2) : 6 - 0,81$.

878. Разделите числитель обыкновенной дроби на знаменатель. Результат запишите в виде десятичной дроби:

- 1) $\frac{1}{4}$; 2) $\frac{7}{20}$; 3) $\frac{2}{5}$; 4) $\frac{8}{25}$; 5) $\frac{3}{8}$; 6) $\frac{5}{8}$.

879. 1) Периметр равностороннего треугольника 37,14 см. Найдите длину его стороны.

2) Света собрала 2,16 кг лекарственных трав, а Айша – в 3 раза меньше. Сколько килограммов лекарственных трав собрала Айша?

880. Объем прямоугольного параллелепипеда $302,4 \text{ см}^3$, а площадь основания 72 см^2 . Найдите его высоту.

881. Периметр квадрата равен: 1) 11 см; 2) 17 см; 3) 21 см. Найдите длину его стороны.

882. 1) В двух бидонах 8,9 л масла. В первом бидоне на 2,5 л масла больше, чем во втором. Сколько литров масла во втором бидоне?

2) За два дня турист прошел 27,4 км пути. Во второй день он прошел на 2,3 км меньше, чем в первый. Сколько километров прошел турист в первый день?

883. Решите задачу, составив уравнение.

В корзине 3,15 кг хурмы, груш и яблок. Масса груш в 2 раза больше, чем масса хурмы, а масса яблок в 2 раза больше, чем масса груш. Сколько килограммов хурмы в корзине? груш? яблок?



В

884. Выполните действия:

- | | |
|----------------------------|----------------------------|
| 1) $(4,23 - 2,34) : 21$; | 5) $(65,97 - 0,45) : 52$; |
| 2) $(7,13 + 9,25) : 13$; | 6) $(1,85 + 3,25) : 34$; |
| 3) $(50 - 8,6) : 92$; | 7) $(4,04 + 5,16) : 46$; |
| 4) $(28,88 + 35,8) : 28$; | 8) $(0,8 + 0,55) : 15$. |

885. Установите закономерность и запишите еще два следующих члена последовательности:

- 1) 5,76; 2,88; 1,44; 0,72; ... ; 3) 8,75; 1,75; 0,35; 0,07; ... ;
2) 0,008; 0,16; 0,32; 0,64; ... ; 4) 0,9; 2,7; 8,1; 24,3;

886. Запишите частное в виде десятичной дроби:

- 1) $20 : 25$; 3) $72 : 20$; 5) $60 : 75$; 7) $70 : 175$;
2) $24 : 75$; 4) $35 : 14$; 6) $72 : 45$; 7) $129 : 15$.

887. Выполните действия:

- 1) $\left(4,3 + 3\frac{1}{2}\right) : 3$; 3) $\left(33,74 - 5\frac{1}{25}\right) : 7$; 5) $\left(14,7 + 23\frac{4}{5}\right) : 11$;
2) $\left(3\frac{9}{20} + 2,75\right) : 2$; 4) $\left(37\frac{1}{5} - 6,8\right) : 8$; 6) $\left(61,68 - 4\frac{2}{25}\right) : 12$.

888. Если в некоторой десятичной дроби перенести запятую вправо на три знака, то она увеличится на 799,2. Найдите эту дробь.

889. В первом мешке 46,3 кг сахара, а во втором – 38,5 кг. Сколько килограммов сахара нужно переложить из первого мешка во второй, чтобы их массы были равны?

890. Масса 5 маленьких коробочек и 2 больших коробок конфет равна 1,65 кг. Большая коробка в 3 раза тяжелее маленькой. Какова масса маленькой коробочки конфет?

891. На угольный склад на трех машинах привезли 15 т угля. Масса угля, привезенного на первой машине, равна массе угля, привезенного на второй машине. Масса угля, привезенного на третьей машине, на 1,5 т больше, чем масса угля, привезенного на первой машине. Сколько тонн угля привезли на третьей машине?

- A. 4,9 т; B. 6 т; C. 3,8 т; D. 5,2 т.

892.^o Ученики посадили вдоль дороги на одинаковом расстоянии друг от друга 37 деревьев. Расстояние между двумя крайними деревьями 198 м. Каково расстояние между 9-м и 15-м деревьями?

893. Как с помощью 11-минутных и 8-минутных песочных часов определить время продолжительностью 5 мин?

894. Периметр треугольника ABC равен 19,3 см. $AC = 7,9$ см. Сторона AB в 2 раза короче стороны BC (рис. 4.11). Найдите сторону BC .

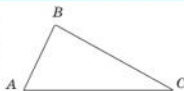


Рис. 4.11

895. Найдите значение выражения:

- 1) $\left(2\frac{7}{20} + 5,77\right) : a$ при $a = 14$; 3) $2,1 : a + 17\frac{2}{5} \cdot 0,8$ при $a = 35$;
2) $\left(52\frac{4}{5} - 7,3\right) : b$ при $b = 26$; 4) $0,78 \cdot 18 - 44\frac{4}{25} : b$ при $b = 48$.

С

896. Вычислите рациональным способом:

- 1) $30 \cdot 2,9 - 2,9 \cdot 28 + 28 \cdot 2,7 - 2,7 \cdot 26 + 26 \cdot 2,5 - 2,5 \cdot 24 + 24 \cdot 2,3 - 2,3 \cdot 22$;
2) $4 \cdot 39 - 39 \cdot 3,8 + 3,8 \cdot 37 - 37 \cdot 3,6 + 3,6 \cdot 35 - 35 \cdot 3,4 + 3,4 \cdot 33 - 33 \cdot 3,2$.

897. Для компота купили сухофрукты. Из них 7 частей составляют яблоки, 3 части – урюк и 2 части – изюм. Яблоко на 0,6 кг больше, чем урюка и изюма. Сколько всего килограммов сухофруктов купили для компота?

898. Периметр квадрата со стороной 9,65 см равен периметру прямоугольника с шириной 8,7 см. Найдите длину прямоугольника.

899. Скорость катера по течению реки 25,8 км/ч, а против течения – 21,2 км/ч. Найдите:

- 1) скорость течения реки;
2) собственную скорость катера.

900. 2 упаковки конфет и 2 упаковки орехов весят 1,1 кг. 5 упаковок конфет и 3 упаковки орехов весят 2,15 кг.

- а) Сколько граммов весит одна упаковка конфет?
в) Сколько граммов весит одна упаковка орехов?

901. На летних каникулах дети собирали лекарственные травы:

тысячелистник, зверобой и мяту. Они собрали 10,2 кг трав, не считая мяты; 11,4 кг трав, не считая тысячелистника; 13 кг трав, не считая зверобоя. Сколько килограммов лекарственных трав каждого вида собрали дети?

902. Выполните действия:

$$1) \frac{\left(6,9 + 2\frac{11}{20}\right) \cdot 2\frac{3}{5} - 3,5 \cdot 2,7}{8\frac{1}{9} - \left(2\frac{1}{12} - 1\frac{1}{18}\right) : 9\frac{1}{4}}; \quad 2) \frac{7 : 25 + \frac{1}{3} : \frac{5}{24} - \frac{22}{25}}{\left(4,5 + \frac{2}{5}\right) : \frac{7}{20}}.$$

903. Можно ли фигуры, изображенные на рисунке 4.12, обвести одним росчерком?

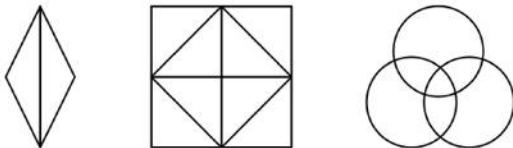


Рис. 4.12

*904. Самая близкая к Солнцу планета Меркурий за 1 мин 23 с по своей орбите вокруг Солнца пройдет путь, равный 3967,4 км. Найдите скорость движения Меркурия по орбите в км/с.

Используя источники ИКТ, проверьте, правилен ли найденный ответ.

Ключевые факты.

Деление десятичной дроби на натуральное число выполняется так же, как и деление натуральных чисел. Сразу после того, как закончено деление целой части, в частном ставится запятая.

Например, найдем значение частного:

1) $14,72 : 4$;

$$\begin{array}{r} 14,72 \overline{) 1472} \\ \underline{12} \\ 27 \\ \underline{24} \\ 32 \\ \underline{32} \\ 0 \end{array}$$

$$14,72 : 4 = 3,68$$

2) $0,16 : 8$.

$$\begin{array}{r} 0,168 \overline{) 0,168} \\ \underline{0} \\ 016 \\ \underline{016} \\ 0 \end{array}$$

$$0,16 : 8 = 0,02$$

Проверка: $3,68 \cdot 4 = 14,72$.

$0,02 \cdot 8 = 0,16$

- ▲ 883. 0,45 кг хурмы; 0,9 кг груш; 1,8 кг яблок.
 887. 2) 3,1; 5) 3,5. 889. 3,9 кг. 890. 150 г. 892. 33 м.
 894. 7,6 см. 895. 1) 0,58; 3) 13,98. 896. 1) 20,8; 2) 28,8.
 897. 3,6 кг. 898. 10,6 см. 899. 1) 2,3 км/ч; 2) 23,5 км/ч.
 900. Упаковка конфет – 250 г, упаковка орехов – 300 г.
 901. Мята – 7,1 кг, тысячелистник – 5,9 кг, звербой – 4,3 кг.
 902. 1) 1,89; 2) $\frac{1}{14}$. 904. 47,8 км/с.



Решите уравнение:

1) $4,3x = 11,61$; 2) $6,24y = 21,84$; 3) $0,825x = 6,435$.

Деление на десятичную дробь можно свести к делению на натуральное число. Для этого надо использовать основное свойство частного: Если делимое и делитель умножить или разделить на одно и то же натуральное число, то частное не изменится.

Образец: 1) $0,4x = 1,32$;

$$x = 1,32 : 0,4$$

$$x = 3,3.$$

Проверка: $3,3 \cdot 0,4 = 1,32$;

$$2) 1,25y = 4,5$$
;

$$y = 4,5 : 1,25$$
;

$$y = 3,6.$$

Проверка: $3,6 \cdot 1,25 = 4,5$;

$$3) 1,372n = 3,43$$
;

$$n = 3,43 : 1,372$$
;

$$n = 2,5.$$

Проверка: $2,5 \cdot 1,372 = 3,43$.

$$\begin{array}{c} \cdot 10 \quad \cdot 10 \\ 1,32 : 0,4 = 13,2 : 4 = 3,3. \end{array}$$



$$\begin{array}{c} \cdot 100 \quad \cdot 100 \\ 4,5 : 1,25 = 450 : 125 = 3,6. \end{array}$$



$$\begin{array}{c} \cdot 1000 \quad \cdot 1000 \\ 3,43 : 1,372 = 3430 : 1372 = 2,5. \end{array}$$



4.8. Деление десятичной дроби на десятичную дробь

Задача. Пешеход за 1,2 ч прошел расстояние, равное 5,52 км. Найдите его скорость.

Решение. Чтобы найти скорость пешехода, разделим 5,52 на 1,2.

Деление на десятичную дробь 1,2 легко свести к делению на натуральное число 12. Для этого знак деления заменим дробной чертой и используем основное свойство дроби:

$$5,52 : 1,2 = \frac{5,52}{1,2} = \frac{5,52 \cdot 10}{1,2 \cdot 10} = \frac{55,2}{12} = 55,2 : 12.$$

Значит, $5,52 : 1,2 = 55,2 : 12$.

В делителе 1,2 одна цифра после запятой. Перенесем запятую в делимом и делителе вправо на одну цифру, то есть делимое и делитель увеличим в 10 раз. Выполним деление 55,2 на натуральное число 12.

Записываем: $5,52 : 1,2 = 55,2 : 12 = 4,6$.

$$\begin{array}{r} 55,2 \quad | 12 \\ - 48 \\ \hline - 72 \\ - 72 \\ \hline 0 \end{array}$$

При письменном делении вначале находим новое делимое (55,2) и новый делитель (12), а затем делим десятичную дробь на натуральное число.

Значит, $5,52 : 1,2 = 4,6$.

Проверка: $1,2 \cdot 4,6 = 5,52$.

Ответ: 4,6 км/ч.

? **Задание.** Найдите значение частного $7,644 : 1,56$.

Ответьте на вопросы:

1. На сколько цифр вправо надо перенести запятую в делимом и делителе, чтобы делитель 1,56 заменить натуральным числом 156?

2. Как разделить десятичную дробь на десятичную дробь?

Проверьте себя.

Решение.

$$\begin{array}{r} 7,644 : 1,56 = \\ = 764,4 : 156 = 4,9 \\ \hline 764,4 \quad | 156 \\ - 624 \\ \hline 1404 \\ - 1404 \\ \hline 0 \end{array}$$

1. В делителе 1,56 две цифры после запятой. Поэтому перенесем запятые в делимом и делителе на две цифры вправо.

Тогда частное $7,644 : 1,56$ заменится частным $764,4 : 156$. Выполним деление десятичной дроби 764,4 на натуральное число 156.

Пишут: $7,644 : 1,56 = 4,9$.

- 2) $2,08 : 0,05$; 5) $0,29 : 0,05$; 8) $0,016 : 0,08$;
 3) $86,1 : 0,41$; 6) $20,3 : 1,45$; 9) $2,244 : 5,61$.

908. Найдите величину:

- 1) 0,4 которой равны 6 кг; 4) 0,8 которой равны 8 км;
 2) 0,5 которой равны 3 м; 5) 0,2 которой равны 72 кг;
 3) 1,4 которой равны 7 л; 6) 0,3 которой равны 24 км.

909. Вычислите:

- 1) $\frac{4,2 \cdot 0,5}{1,5 \cdot 0,7}$; 3) $\frac{2,7 \cdot 4,3}{8,6 \cdot 0,3}$; 5) $\frac{1,5 \cdot 7,2}{1,8 \cdot 7,5}$;
 2) $\frac{2,4 \cdot 0,9}{4,5 \cdot 0,8}$; 4) $\frac{6,4 \cdot 0,7}{1,6 \cdot 5,6}$; 6) $\frac{1,3 \cdot 6,4}{0,8 \cdot 6,5}$.

910. 1) Площадь прямоугольника S м², его ширина 2,3 м. Найдите длину прямоугольника, если $S = 17,94$ м².

2) Медный брусок объемом 43,5 см³ имеет массу 387,15 г. Какова масса 1 см³ меди?

911. 1) Протяженность реки Жайык, протекающей по территории Казахстана, равна 1081,8 км, что составляет примерно 0,45 всей ее длины. Какова общая длина реки Жайык?

2) Деталь машины после обработки на станке весит 3,36 кг, что составляет 0,84 ее массы до обработки. Какова масса детали машины до обработки на станке?

912. 1) На коробке с конфетами надпись: «0,8 кг. 384 тг». Какова цена 1 кг этих конфет?

2) На пакете с мукой надпись: «1,5 кг. 105 тг». Какова цена 1 кг муки?

913. Вместимость бензобака легковой машины 60 л. На 1 км пути машина расходует 0,15 л бензина. На сколько километров пути хватит полного бака бензина?

914. Составьте задачу по выражению:

- 1) $a : 2,5$; 2) $(a + b) : 6,3$; 3) $(2,6 - b) : 0,5$.

915. Решите уравнение:

- 1) $3,5x = 5,95$; 3) $0,8x = 1,92$; 5) $0,6x = 2,55$;
 2) $4,2x = 1,89$; 4) $0,125x = 1,1$; 6) $1,08x = 2,7$.

916. Найдите число, если:

- | | |
|-----------------------|-----------------------|
| 1) 0,15 его равны 75; | 4) 0,04 его равны 52; |
| 2) 0,7 его равны 84; | 5) 0,12 его равны 60; |
| 3) 0,09 его равны 63; | 6) 0,27 его равны 81? |

917. Найдите закономерность и запишите два следующих члена последовательности:

- | | |
|-------------------------------|---------------------------------|
| 1) 0,1; 0,5; 2,5; 12,5; ... ; | 3) 0,2; 0,22; 0,24; 0,26; ... ; |
| 2) 70; 7; 0,7; 0,07; ... ; | 4) 1,2; 2,4; 4,8; 9,6; |

918. Найдите частное:

- | | | |
|------------------|------------------|-----------------|
| 1) 0,42 : 0,06; | 4) 0,056 : 0,08; | 7) 4,92 : 16,4; |
| 2) 0,036 : 0,09; | 5) 0,975 : 1,95; | 8) 3,2 : 0,25; |
| 3) 1,23 : 0,41; | 6) 5,85 : 3,25; | 9) 9,9 : 4,5. |

919. Выполните действия:

- | | | |
|----------------------------------|---|---|
| 1) $(12,33 + 7,3) : 6,5$; | 3) $9,75 : \left(4\frac{1}{2} - 2,55\right)$; | 5) $\left(4\frac{1}{5} - 3,93\right) : 4,5$; |
| 2) $(6 - 2,43) : 4\frac{1}{4}$; | 4) $15,96 : \left(\frac{9}{25} + 2,04\right)$; | 6) $1 : (0,54 + 1,96)$. |

920. Не выполняя действия умножения, сравните значения выражений. Результат запишите с помощью знаков $>$, $<$ или $=$.

- 1) $12,25 \cdot 122,6$ и $1,225 \cdot 1226$; 3) $122,7 \cdot 1,228$ и $1,227 \cdot 12,28$;
 2) $12,26 \cdot 1,227$ и $122,6 \cdot 12,27$; 4) $1,228 \cdot 122,9$ и $1,228 \cdot 1229$.

921. 1) Слива при сушке теряет 0,7 своей массы. Сколько килограммов сливы надо собрать, чтобы получить 4,8 кг сушеной?

- A. 25 кг; B. 18 кг; C. 16 кг; D. 19 кг.

2) Тракторный завод выполнил 0,8 заказа. Чтобы полностью выполнить заказ, завод должен выпустить еще 48 тракторов. Сколько всего тракторов должен выпустить завод для выполнения заказа?

922. Из одного города в другой выехал поезд. После того как он проехал 0,32 всего пути, ему оставалось проехать до середины пути 72 км. Чему равно расстояние между двумя городами?

923. Всадник, который направлялся из населенного пункта на станцию, встретил велосипедиста. Через $\frac{3}{4}$ часа после их встречи расстояние между ними составило 20,85 км. Какова скорость всадника, если скорость велосипедиста 12,6 км/ч?

924. Как разместить вдоль стен квадратной комнаты 12 стульев так, чтобы у каждой стены стояло по 4 стула?

925°. Поезд длиной 490 м едет со скоростью 20 м/с. За сколько времени он проедет мимо 8 телеграфных столбов, расположенных на расстоянии 50 м друг от друга?



926. В крестьянском хозяйстве на $\frac{4}{5}$ всей площади посеяли пшеницу. Осенью собрали 1158 ц пшеницы. Урожай с 1 га составил 19,3 ц. Сколько гектаров составляет вся площадь крестьянского хозяйства?

Научитесь использовать!

Сокращение дроби, у которой и числитель, и знаменатель – произведение десятичных дробей

Если и числитель, и знаменатель дроби представлены в виде произведения десятичных дробей, то их можно сократить рациональным способом. При этом, используя основное свойство дроби, каждую десятичную дробь надо преобразовать в натуральное число.

Для этого надо:

1) посчитать по отдельности количество десятичных знаков и в числителе, и в знаменателе дроби;

2) умножить и числитель, и знаменатель дроби на разрядную единицу с числом нулей, равным наибольшей сумме десятичных знаков. Тогда и в числителе, и в знаменателе дроби получим множители, представленные в виде натуральных чисел:

3) сократить полученную дробь по правилу сокращения дроби.

Например, сократим дробь $\frac{8,7 \cdot 5,1 \cdot 0,75}{1,7 \cdot 1,5 \cdot 2,9}$. Множители в числителе дроби имеют 4 десятичных знака, а множители в знаменателе – 3 десятичных знака. Тогда и числитель, и знаменатель дроби умножим на разрядную единицу с четырьмя нулями, т. е. на 10 000.

$$\frac{8,7 \cdot 5,1 \cdot 0,75}{1,7 \cdot 1,5 \cdot 2,9} = \frac{8,7 \cdot 5,1 \cdot 0,75 \cdot 10000}{1,7 \cdot 1,5 \cdot 2,9 \cdot 10000} = \frac{{}^3 87 \cdot {}^3 51 \cdot {}^3 75^1}{{}_1 17 \cdot {}_2 150 \cdot {}_1 29} = \frac{9}{2} = 4 \frac{1}{2} = 4,5.$$

С

927. Найдите значение выражения рациональным способом:

1) $\frac{0,7}{2,2 + 1,3};$

3) $\frac{2,8 + 1,7}{3,5 - 2,6};$

5) $\frac{18,3 - 7,5}{1 - 0,64};$

2) $\frac{1,6}{10 - 3,6};$

4) $\frac{17,5 - 5,9}{4,7 - 1,8};$

6) $\frac{14,2 - 4,7}{0,16 + 0,03}.$

Образец: $\frac{1,91 + 1,73}{8,3 - 5,7} = \frac{3,64}{2,6} = \frac{3,64 \cdot 100}{2,6 \cdot 100} = \frac{364}{260} = 1,4.$

928. Вычислите наиболее удобным способом:

1) $\frac{1,3 \cdot 0,45 \cdot 7,2}{1,5 \cdot 1,2 \cdot 0,65};$

3) $\frac{0,25 \cdot 3,6 \cdot 0,76}{0,45 \cdot 0,19 \cdot 0,5};$

2) $\frac{1,7 \cdot 4,5 \cdot 6,9 \cdot 1,1}{0,23 \cdot 6,8 \cdot 0,9 \cdot 5,5};$

4) $\frac{0,25 \cdot 18,6 \cdot 4,2 \cdot 5,7}{1,9 \cdot 1,26 \cdot 3,1 \cdot 0,5}.$

929*. В первый день в магазине продали $\frac{1}{4}$ овощей, во второй день — 0,4 оставшихся овощей, остальное количество — в третий день. В третий день продали на 570 кг овощей больше, чем во второй день. Сколько тонн овощей продали за три дня?

930*. Учебник, который должен быть набран на компьютере, раздали трем операторам. Первый оператор набрал $\frac{7}{20}$ учебника, второй — 0,6 оставшейся части учебника, третий — остальную часть. Третий оператор набрал на 120 страниц меньше, чем первый и второй вместе. Сколько всего страниц в учебнике?

931*. На 5 га первого участка фермер посадил виноград, а на 3 га этого же участка — клубнику. На 3 га второго участка он посадил виноград, а на 5 га этого же участка — клубнику. С первого участка он собрал 55,5 ц, а со второго участка — 54,1 ц винограда и клубники. Сколько центнеров винограда собрал фермер с 1 га? сколько центнеров клубники с 1 га?

Решите задачу рациональным способом (932, 933).

932*. Ученик прочитал книгу за три дня. В первый день он прочитал 0,2 страниц книги и еще 5 страниц. Во второй день он прочитал 0,4 оставшихся страниц книги и еще 7 страниц. В третий день он прочитал 0,8 нового остатка и еще остальные 10 страниц. Сколько всего страниц в книге?



933*. Расстояние между двумя городами машина проехала за 3 часа. За первый час машина проехала без 6 километров 0,4 всего пути. Во второй час она проехала без 10 километров 0,6 от остатка всего пути и в третий час – оставшиеся 70 км.

- Каково расстояние между двумя городами?
- Сколько километров проехала машина за первый час?

934. Выполните действия (вычислите рациональным способом):

$$1) \frac{\left(30\frac{4}{5} + 27,4\right) \cdot 0,9}{\left(31,64 - 12\frac{6}{25}\right) \cdot 1,2};$$

$$2) \frac{(3 : 2,5 + 4,3) \cdot 0,35}{\left(6,35 - 15,4 \cdot \frac{1}{4}\right) \cdot 1,1}.$$

Ключевые факты.

Чтобы разделить десятичную дробь на десятичную дробь, надо:

- 1) в делимом и делителе перенести запятую вправо на столько цифр (десятичных знаков), сколько их после запятой в делителе;
- 2) выполнить деление на натуральное число;
- 3) если в делимом не хватает цифр после запятой, то справа приписывать нули и продолжить деление.

Пример 1.

$$7,84 : 24,5 = 78,4 : 245;$$

$$\begin{array}{r} 78,4 \quad | \quad 245 \\ - 735 \quad | \quad 0,32 \\ \hline 490 \\ - 490 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$7,84 : 24,5 = 0,32;$$

Пример 2.

$$16,9 : 0,13 = 1690 : 13$$

$$\begin{array}{r} 1690 \quad | \quad 13 \\ - 13 \quad | \quad 130 \\ \hline 39 \\ - 39 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$16,9 : 0,13 = 130$$

- ▲ **922.** 400 км. **923.** 15,2 км/ч. **925.** За 42 секунды.
926. 75 га. **929.** 3,8 т. **930.** 250 страниц.
931. Винограда с 1 га – 7,2 ц., клубники – 6,5 ц.

932. 125 страниц.

933. • Расстояние между городами 240 км.

• За первый час проехала 90 км. 934. 1) 2,25; 2) 0,7.

4.9. Умножение и деление десятичной дроби на 10, 100, 1000, ... и на 0,1; 0,01; 0,001; ...

I. Умножение десятичной дроби на 10, 100, 1000, ...

Умножим следующие числа по правилу умножения десятичной дроби на натуральное число:

$$2,136 \cdot 10 = 21,36; \quad 0,079 \cdot 10 = 0,79;$$

$$2,136 \cdot 100 = 213,6; \quad 0,079 \cdot 100 = 7,9;$$

$$2,136 \cdot 1000 = 2136; \quad 0,079 \cdot 1000 = 79.$$

Чтобы умножить десятичную дробь на 10, 100, 1000, ..., надо запятую перенести вправо на столько цифр, сколько нулей в множителе после единицы.

Если цифр не хватает, то надо приписать в конце дроби нуль или несколько нулей.

Пример 1. $3,4 \cdot 1000 = 3,400 \cdot 1000 = 3400$,
или $3,4 \cdot 1000 = 3400$.

II. Умножение десятичной дроби на 0,1; 0,01; 0,001, ...

? Задание 1.

Выполните умножение по правилу умножения десятичных дробей:

$$832,5 \cdot 0,1;$$

$$832,5 \cdot 0,01;$$

$$832,5 \cdot 0,001.$$

Для каждого произведения ответьте на следующие вопросы:

1. Сколько нулей во втором множителе?

2. Как отличается положение запятой в значении произведения от положения запятой в первом множителе?

Проверьте себя.

$$832,5 \cdot 0,1 = 83,25;$$

$$832,5 \cdot 0,01 = 8,325;$$

$$832,5 \cdot 0,001 = 0,8325.$$



Если вы рассуждали правильно, то правило умножения десятичной дроби на 0,1; 0,01; 0,001; и т.д. можно сформулировать так:

Чтобы умножить десятичную дробь на 0,1; 0,01, 0,001, ..., надо запятую перенести влево на столько цифр, сколько нулей перед единицей в множителе.

Если количество цифр недостаточно, то к десятичной дроби слева нужно приписать вспомогательные нули.

Пример 2. $3,29 \cdot 0,01 = 003,29 \cdot 0,01 = 0,0329$,
или $3,29 \cdot 0,01 = 0,0329$.

III. Деление десятичной дроби на 10, 100, 1000, ...

? Задание 2.

Из чисел 10, 100, 1000, ... выберите число, которое нужно записать вместо квадратика ($\square$), чтобы получилось верное равенство.

$$196,5 : \square = 19,65;$$

$$196,5 : \square = 1,965;$$

$$196,5 : \square = 0,1965.$$

Сравните в каждом случае положение запятой в делимом и в значении частного.

Проанализируйте равенства и сформулируйте правило деления десятичной дроби на 10, 100, 1000 и т.д.

Проверьте себя.

$$196,5 : 10 = 19,65; 196,5 : 100 = 1,965; 196,5 : 1000 = 0,1965.$$

Чтобы разделить десятичную дробь на 10, 100, 1000, ..., надо запятую перенести влево на столько цифр, сколько нулей в делителе после единицы.

Например, 1) $2,34 : 10 = 0,234$;

$$2) 2,34 : 100 = 0,0234.$$

IV. Деление десятичной дроби на 0,1; 0,01; 0,001; ...

? Задание 3.

Из чисел 0,1; 0,01; 0,001; ... выберите делители, при подстановке которых вместо квадратика ($\square$) получится верное равенство:

$$7,951 : \square = 79,51;$$

$$7,951 : \square = 795,1;$$

$$7,951 : \square = 7951.$$

Сравните место запятой в делимом и в значении частного. Сопоставьте это с числом нулей в делителе.

Проверьте себя.

$$7,951 : 0,1 = 79,51;$$

$$7,951 : 0,01 = 795,1;$$

$$7,951 : 0,001 = 7951.$$

Чтобы разделить десятичную дробь на 0,1; 0,01; 0,001; ..., надо запятую перенести вправо на столько цифр, сколько нулей перед единицей в делителе.

Например: $7,593 : 0,01 = 759,3$.

$$42,63 : 0,001 = 42630.$$

Умножить число на 10, 100, 1000, ... – то же самое, что разделить его на 0,1; 0,01; 0,001 и т.д. Умножить число на 0,1; 0,01; 0,001 ... – то же самое, что разделить его на 10, 100, 1000 и т.д.



1. Как умножить десятичную дробь на 10, на 100, на 1000?
2. На сколько цифр и в какую сторону надо перенести запятую при умножении на 0,01?
3. Как разделить десятичную дробь на 10? на 100? на 1000?
4. На сколько цифр и в какую сторону надо перенести запятую при делении на 0,001?

935. Выполните действия (устно):

- 1) $5,21 \cdot 10$; 2) $13,4 : 10$; 3) $19,3 \cdot 0,1$; 4) $0,56 : 0,1$;
 $0,75 \cdot 100$; $215,6 : 100$; $218,5 \cdot 0,01$; $7,31 : 0,01$.

А

936. Выполните умножение:

- 1) $0,13 \cdot 10$; 2) $8,07 \cdot 10$; 3) $13,2 \cdot 0,1$;
 $2,15 \cdot 100$; $4,06 \cdot 100$; $24,5 \cdot 0,01$;
 $0,926 \cdot 1000$; $3,071 \cdot 1000$; $391,6 \cdot 0,001$.

937. Запишите в виде натуральных чисел:

- 1) 2,3 тыс.; 2) 1,2 млн; 3) 8,1 млрд;
14,7 тыс.; 38,3 млн; 14,28 млрд;
629,5 тыс.; 0,9 млн; 0,349 млрд.

938. Выполните деление:

- | | | |
|-------------------|---------------------|---------------------|
| 1) $2,19 : 0,1$; | 2) $0,375 : 0,01$; | 3) $310,42 : 100$; |
| $64 : 0,1$; | $0,62 : 0,01$; | $19,5 : 100$; |
| $5,83 : 0,01$; | $1,398 : 0,001$; | $412 : 1000$. |

939. 1) Увеличьте каждое из чисел: 0,6; 2,457; 14, 0316; 56,05 в 100 раз, в 1000 раз;
2) Уменьшите каждое из чисел: 2,5; 316,7; 18,05; 0,9 в 10 раз, в 100 раз.

940. Выразите величины:

- 1) в метрах: 365 см, 72 дм, 83 см, 9 дм, 5 см;
- 2) в килограммах: 1230 г, 650 г, 325 г, 96 г, 7 г;
- 3) в километрах: 4500 м, 1800 м, 155 м, 700 м.

В

941. Как изменится положение запятой в десятичной дроби, если эту дробь:

- 1) увеличить в 100 раз и затем уменьшить в 1000 раз;
- 2) уменьшить в 100 раз и затем увеличить в 10 000 раз;
- 3) увеличить в 1000 раз, а затем уменьшить в 10 раз.

942. Выполните действия:

- | | | |
|------------------------|----------------------|-----------------------|
| 1) $315 \cdot 0,001$; | 2) $0,9 \cdot 100$; | 3) $24,05 : 1000$; |
| $916,3 \cdot 0,0001$; | $873,4 : 100$; | $3,06 \cdot 1000$; |
| $62,5 \cdot 0,001$; | $246,5 : 1000$; | $0,7831 \cdot 1000$. |

943. Выразите величины:

- 1) в метрах: 2,316 км; 0,41 км; 3,9 км; 0,078 км.
- 2) в граммах: 0,7 кг; 0,08 кг; 0,041 кг; 6,803 кг.

944. Найдите закономерность, по которой составлен ряд чисел, и запишите два числа этого ряда:

- 1) 0,0003; 0,003; 0,03; 0,3; ... ;
- 2) 815; 81,5; 8,15; 0,815; ... ;
- 3) 9816,7; 981,67; 98,167; 9,8167;

945. Сколько центнеров хлопка-сырца собрали с 10 га, если со 100 га собрали 2870 ц?

946. Из 10 т сахарной свеклы получили 1,6 т сахара. Сколько сахара будет получено из 100 т свеклы?

947. Из одинаковых по размеру 35 зеленых кубиков и 29 желтых составлен куб, каждое ребро которого содержит по 4 кубика. Имеется ли столбик, в котором содержится нечетное число желтых кубиков? Докажите.

948. Найдите значение выражения:

- 1) $8,8a + \frac{3}{25}$ при $a = 0,1$; 3) $0,002a - \frac{3}{4}$ при $a = 1000$;
 2) $\frac{7}{20} + 165b$ при $b = 0,01$; 4) $\frac{4}{5} - 0,003b$ при $b = 100$.

949. Решите уравнение:

- 1) $10x = 5,8 + 3\frac{2}{5}$; 3) $x : 0,01 = 0,81 + 0,09$;
 2) $100x = 28\frac{1}{2} - 3,7$; 4) $x : 0,001 = 2,149 - 1,234$.

950. На рисунке 4.13 изображены города A, B, C, D и ведущие к ним дороги. Сколькими способами можно добраться из города A в город C?

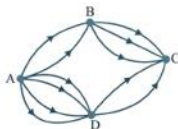


Рис. 4.13

- A. 18; B. 15; C. 14. D. 13.

C

951. Вычислите:

- 1) $4,7 : 100 \cdot 1000$; 4) $5,218 : 0,01 \cdot 0,001$;
 2) $0,96 \cdot 100 : 10$; 5) $0,29 \cdot 0,01 : 0,0001$;
 3) $2,6 : 10 \cdot 100$; 6) $0,3 : 0,001 \cdot 0,1$.

952. Масса 10 л бензина 7 кг, а 100 л керосина – 80 кг. На сколько килограммов 1 л керосина тяжелее 1 л бензина?

953. Масса 10 см^3 сосны равна 4 г. Найдите массу соснового куба, длина ребра которого равна 10 см.

954. Если в некоторой десятичной дроби перенести запятую вправо на два знака, то она увеличится на 940,5. Найдите эту дробь.

955. Решите уравнение:

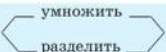
1) $\frac{1,7 + 0,1x}{3} = 2;$

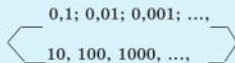
3) $\frac{16,3 - 100x}{2} = 5;$

2) $\frac{15,8 - 0,01x}{4} = 3;$

4) $\frac{100x + 4,6}{5} = 3.$

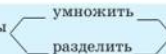
Ключевые факты.

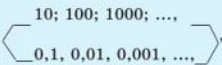
I. Чтобы  десятичную дробь на разрядную

единицу , надо в десятичной дроби перенести запятую *влево* на столько цифр, сколько нулей в записи разрядной единицы.

Пример 1. $7,3 \cdot 0,1 = 0,73;$
 $119,5 \cdot 0,01 = 1,195.$

Пример 2. $52,1 : 10 = 5,21;$
 $617,2 : 1000 = 0,6172.$

II. Чтобы  десятичную дробь на разрядную

единицу , надо в десятичной дроби перенести запятую *вправо* на столько цифр, сколько нулей в записи разрядной единицы.

Пример 3. $9,186 \cdot 10 = 91,86;$
 $9,186 \cdot 1000 = 9186.$

Пример 4. $24,8 : 0,1 = 248;$
 $0,753 : 0,01 = 75,3.$



948. 1) 1; 3) 1,25.

949. 1) 0,92; 2) 0,248.

953. 400 г.

955. 1) 43; 4) 0,104.

4.10. Арифметические действия над обыкновенными и десятичными дробями

(Упражнения для повторения главы IV)

А

956. Выполните действия:

1) $2\frac{2}{5} : 0,4 - 3,7;$

4) $2\frac{1}{2} : 0,5 + 3,6;$

2) $\frac{1}{4} \cdot 10 + 3,5;$

5) $1\frac{3}{4} \cdot 0,4 + 0,3;$

3) $3,25 \cdot 4 - \frac{3}{5};$

6) $\frac{7}{10} : 0,2 - 0,5.$

957. Вычислите:

1) $2\frac{4}{5} : 0,7 - 1,8;$

3) $\frac{3}{5} : 0,25 + 0,6;$

5) $0,3 \cdot 1\frac{4}{5} - 0,24;$

2) $6 : \frac{3}{4} + 1,2;$

4) $1,6 \cdot \frac{1}{2} + 3,2;$

6) $0,8 \cdot 1\frac{1}{4} + 5,6.$

958. Запишите обыкновенную дробь в виде десятичной. Вычислите:

1) $2\frac{3}{10} \cdot 1,1;$

3) $4\frac{1}{5} \cdot 2,5;$

5) $6\frac{1}{4} \cdot 3,3;$

7) $4\frac{1}{2} \cdot 5,4;$

2) $\frac{71}{100} \cdot 6,3;$

4) $7\frac{1}{20} \cdot 1,4;$

6) $\frac{11}{50} \cdot 3,3;$

8) $6,5 \cdot \frac{1}{2}.$

959. Сплав состоит из 5 частей меди и 3 частей цинка. Какова масса меди и какова масса цинка в $2\frac{4}{5}$ кг сплава?

960. В первый день автотурист проехал 120 км, что составляет 0,8 пути, который он проехал во второй день. Сколько километров проехал автотурист за два дня?

961. Садовник собрал виноград и разложил его в два ящика. В первом ящике оказалось $8\frac{2}{5}$ кг винограда, а во втором – в 1,2 раза меньше, чем в первом. Сколько всего килограммов винограда в двух ящиках?

962. Периметр прямоугольника 16,6 см, длина $4\frac{1}{2}$ см. Найдите площадь прямоугольника.

963. В растворе соленой воды имеется 184 г соли, что составляет 0,4 массы раствора. Сколько граммов воды в растворе?
А. 280 г; В. 276 г; С. 250 г; Д. 310 г.

В

Вычислите (964–965).

964. 1) $2,16 : 2\frac{7}{10} + 0,3 \cdot 1\frac{4}{5}$; 3) $6,25 \cdot \frac{1}{5} + \frac{4}{5} : 0,64$; 5) $1\frac{3}{5} \cdot 0,5 + 0,16 \cdot 1\frac{1}{4}$;
2) $1\frac{3}{4} : 25 + 0,4 \cdot 1,9$; 4) $38 - 15 \cdot 0,6 : \frac{1}{4}$; 6) $9,1 + 11\frac{1}{2} : 5 - 5,6$.

965. 1) $\left(4\frac{1}{2} - 0,7\right) \cdot \left(1,85 + \frac{3}{20}\right)$; 3) $\left(7\frac{2}{5} + 6,4\right) : \left(5,2 - 2\frac{9}{10}\right)$;
2) $\left(2,6 + 1\frac{2}{5}\right) \cdot \left(4 - 2\frac{4}{25}\right)$; 4) $\left(14 - 2\frac{3}{10}\right) : \left(\frac{3}{5} + 0,7\right)$.

966. Решите уравнение:

- 1) $(x - 2,5) \cdot 4\frac{1}{5} = 6,3$; 3) $(1\frac{3}{4} + x) : 1,9 = 2,5$;
2) $3,5 \cdot (x + 2\frac{1}{4}) = 14$; 4) $(7,1 - x) : 3,6 = 1\frac{1}{2}$.

967. В июне 0,2 дней составили дождливые, ясные – $\frac{1}{2}$ дней, а остальные 9 дней были облачными. Сколько дней в июне?

968. Рыбаки выловили $312\frac{1}{2}$ кг рыбы. 0,71 из них составляет сазан, 0,13 – щука, остальные – судак. Сколько килограммов судака выловили рыбаки?

969. Катер проплыл по течению реки за 2,4 ч расстояние $55\frac{1}{5}$ км. Скорость течения реки 2,5 км/ч. Найдите собственную скорость катера.

970. Составьте задачу по выражению:

- 1) $6,4 + 73,5 \cdot 2$; 2) $143,8 - 26,15 \cdot 3$; 3) $25,2 \cdot 3 + 36,5 \cdot 2$.

971. Из одного аула в другой, расстояние между которыми

32,4 км, одновременно выехали велосипедист и мотоциклист. Скорость велосипедиста $13\frac{1}{2}$ км/ч, а скорость мотоциклиста на 27 км/ч больше. На сколько часов раньше мотоциклист доберется до другого аула?

972. Из цистерны отлили 0,3 находящегося в ней бензина. Затем отлили $\frac{3}{5}$ оставшегося. После этого в цистерне осталось 5,88 т. Сколько тонн бензина было в цистерне первоначально?

A. 21 т; B. 24 т; C. 25 т; D. 14 т.

973. Мама оставила сыну на два дня несколько яблок. В первый день он съел половину всех яблок и еще пол-яблока. Во второй день он съел половину оставшихся яблок и еще пол-яблока. После этого у него осталось одно яблоко.

- Сколько яблок мама оставила сыну?
- Сколько яблок он съел в первый день?

974. Имеются 8 пакетов колец. В одном из них кольца массой 21 г каждое, а в остальных – по 20 г каждое. Как можно определить одним взвешиванием на весах со стрелкой, в каком пакете кольца по 21 г каждое?

975. Из отрезка проволоки согнули прямоугольник длиной 10,7 см, шириной $6\frac{1}{2}$ см. Если эту же проволоку согнуть в квадрат, то чему будет равна длина его стороны?

C

976. Представив десятичную дробь в виде натурального числа, вычислите:

1) $\frac{0,85 \cdot 1,25 \cdot 4,48}{5 \cdot 5,6 \cdot 0,01 \cdot 1,7}$;

3) $\frac{3,5 \cdot (5,26 + 3,44) \cdot 5,4}{(7,05 - 4,15) \cdot 14 \cdot 0,6}$;

2) $\frac{11,5 \cdot 0,4 \cdot 0,18 \cdot 3,1}{0,9 \cdot 2,3 \cdot 6,2}$;

4) $\frac{1,5 \cdot (20,1 - 7,3) \cdot 9,5}{(18,63 + 5,37) \cdot 3,2 \cdot 1,9}$.

977. Выполните действия:

1) $\frac{\left(2\frac{3}{25} + 9,6 - 5,72\right) : 0,15}{10,92 : (2,6 \cdot 0,5) - 0,4}$;

2) $\frac{4\frac{2}{3} - \frac{5}{9} \cdot 2\frac{4}{7}}{\left(2\frac{1}{7} + 1\frac{2}{3}\right) : 5} + 0,8 \cdot 1,25$.

978. Оператор должен набрать 0,5 всех страниц рукописи. Когда он набрал 0,7 рукописи полученного задания, ему осталось набрать еще 6 страниц. Сколько всего страниц в рукописи?

979. Многогранник $ABCA_1B_1C_1$ – часть куба, изображенного на рисунке 4.14. Треугольник ABC – основание многогранника $ABCA_1B_1C_1$, площадь которого равна $6,25 \text{ см}^2$.

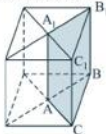


Рис. 4.14

• Как называется часть куба $ABCA_1B_1C_1$?

• Найдите объем части куба $ABCA_1B_1C_1$.

А. $28,5 \text{ см}^3$; С. $30,75 \text{ см}^3$;

В. $31,25 \text{ см}^3$; Д. $32,2 \text{ см}^3$.

980* Решите задачу рациональным способом.

В магазине 3 дня продавали яблоки. В первый день до обеда продали 0,3 всех яблок, а после обеда – 24 кг. Во второй день до обеда продали 0,4 оставшихся яблок, а после обеда – 30 кг. В третий день до обеда продали 0,6 нового остатка, а после обеда – 36 кг яблок.

а) Сколько килограммов яблок было всего продано за 3 дня?

б) Сколько килограммов яблок было продано в первый день?

в) Сколько килограммов яблок было продано во второй день?

981. Выполните действия:

$$1) \frac{1\frac{3}{5} \cdot 8 + 2,9 \cdot 5}{7,5 \cdot \frac{1}{3} - 0,5} + \frac{\left(60 - 18\frac{3}{4}\right) : 25}{\left(\frac{7}{12} + 0,15\right) \cdot 15}; \quad 2) \frac{9\frac{1}{2} : 1,9 - 4\frac{1}{5}}{2,32 \cdot \frac{15}{29} + \frac{4}{5}} + \frac{\left(6 + 7\frac{1}{2}\right) : 15}{\left(1\frac{7}{15} + \frac{1}{3}\right) \cdot 5}.$$

959. Медь 1,75 кг, цинк 1,05 кг. **962.** $17,1 \text{ см}^2$. **965.** 1) 7,6;

4) 9. **966.** 2) 1,75; 3) 3. **971.** На 1,6 ч раньше.

973. Мама оставила сыну 7 яблок.

975. 8,6 см. **976.** 1) 10; 2) 0,2; 3) 6,75; 4) 1,25.

977. 1) 5; 2) 5,25. **978.** 40 страниц.

980. а) 320 кг; б) 120 кг; в) 110 кг. **981.** 1) 13,8; 0,5.



1. Число 1,3 на координатном луче расположено ближе к числу 2 или к числу 1? Каким натуральным числом следует заменить число 1,3?



2. Число 1,8 на координатном луче расположено ближе к числу 2 или к числу 1? Каким натуральным числом следует заменить число 1,8?



4.11. Округление десятичных дробей

Числа, выражающие точные значения величин, в некоторых случаях заменяются ближайшими круглыми числами или десятичными дробями с меньшим числом десятичных знаков.

Например, расстояние от Земли до Луны 384 400 км, беркут летит со скоростью 36,1 м/с. В данном случае даны приближенные значения величин: расстояния, скорости, которые были получены в результате округления.

Нахождение приближенного значения числа, близкого к точному, называют *округлением чисел*.

Число при округлении принимает свое приближенное значение.

Приближенное значение данной величины – это число, взятое с избытком или с недостатком от его точного значения.

Нам известно, что натуральные числа округляют до десятков, сотен, тысяч и т.д., а десятичные дроби можно округлять до целых, десятых, сотых, тысячных и т.д.

Задача 1. Площадь пола комнаты равна 34,18 м². Сколько квадратных метров составляет приближенное значение площади пола комнаты, округленное до десятых?

Решение.

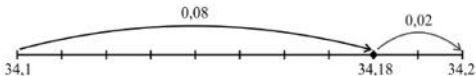


Рис. 4.15

Из рисунка 4.15 видно, что число 34,18 расположено между числами 34,1 и 34,2.

Десятичная дробь 34,18 на 0,08 больше числа 34,1, но на 0,02 меньше числа 34,2. Значит, десятичная дробь 34,18 ближе к числу 34,2.

Поэтому при округлении десятичной дроби 34,18 до десятых следует заменить ее числом 34,2. $34,2 > 34,18$. Число 34,2 называется *приближением числа 34,18, округленным до десятых с избытком*.

Для записи округления используют знак приближенного равенства « $\approx$ ». Знак « $\approx$ » читают: «приближенно равно».

Пишут: $34,18 \approx 34,2$ (с точностью до 0,1).

Читают: «34,18 приближенно равно 34,2».

Ответ: Приближенное значение площади пола комнаты, округленное до десятых, равно $34,2 \text{ м}^2$.

? **Задание.** Найдите приближенное значение дроби 13,824, округленное до сотых.

Подсказка.



Рис. 4.16

1) По рисунку 4.16 укажите приближенные значения числа 13,824, округленные до сотых с недостатком или с избытком.

2) Выберите более точное приближение, округленное до сотых. Запишите со знаком приближенного равенства.

Проверьте себя.

1. Из рисунка 4.16 видно, что число 13,824 расположено ближе к числу 13,82, чем к числу 13,83. Поэтому при округлении десятичной дроби 13,824 до сотых следует его заменить числом 13,82.

2. Число 13,82 – приближенное значение десятичной дроби 13,824, округленное до сотых *с недостатком*.

Пишут: $13,824 \approx 13,82$ (с точностью до 0,01).

Задача 2. Найдём приближенное значение числа 2,35, округленное до десятых.



Рис. 4.17

Из рисунка 4.17 видно, что число 2,35 одинаково удалено и от числа 2,3, и от числа 2,4.

Условились в таком случае округлять его с избытком. Значит, число 2,4 принимается за приближенное значение десятичной дроби 2,35 с округлением до десятых.

Пишут: $2,35 \approx 2,4$ (с точностью до 0,1).

Проанализировав решения задачи и порядок выполнения задания, сделаем вывод о том, как найти приближенное значение десятичной дроби с округлением до некоторого разряда.

При округлении десятичной дроби до некоторого разряда все цифры, стоящие правее разряда округления, отбрасывают.

1) Если первая отброшенная цифра равна 0, 1, 2, 3 или 4, то стоящую перед ней цифру оставляют без изменения.

Число принимает приближенное значение с недостатком.

Например, $9,31 \approx 9,3$; $9,32 \approx 9,3$; $9,33 \approx 9,3$; $9,34 \approx 9,3$.

2) Если первая отброшенная цифра равна 5, 6, 7, 8 или 9, то значение стоящей перед ней цифры увеличивают на единицу данного разряда.

Число принимает приближенное значение с избытком.

Например, $0,315 \approx 0,32$; $0,316 \approx 0,32$; $0,317 \approx 0,32$; $0,318 \approx 0,32$; $0,319 \approx 0,32$.

Замену десятичной дроби ближайшим к ней натуральным числом или нулем называют *округлением* этой дроби до целых.

Например, $23,51 \approx 24$; $7,348 \approx 7$ – округлено до целых.

$25,47\underline{3} \approx 25,47$ – округлено до сотых;

$16,684\underline{6} \approx 16,685$ – округлено до тысячных.

Если при округлении десятичных дробей последняя из оставшихся цифр дробной части будет 0, то ее нельзя отбрасывать, так как она показывает, до какого разряда произведено округление числа.

Например: $15,9\underline{7}1 \approx 16,0$ – округлено до десятых;

$0,89\underline{6} \approx 0,90$ – округлено до сотых;

$1,420\underline{4} \approx 1,420$ – округлено до тысячных.



1. Назовите разряды, до которых округляются десятичные дроби.
2. По какому правилу выполняется округление десятичных дробей?
3. Что надо сделать с последней оставленной цифрой, если после нее идет цифра 8? цифра 3?

982. Вычислите (устно):

1) $5^2 + 3^2$	2) $67 - 25$	3) $51 : 10$	4) $5,9 + 4,3$
$- 19$	$\cdot 4$	$\cdot 3$	$\cdot 4$
$\cdot 8$	$- 66$	$+ 4,7$	$- 20,8$
$: 6$	$: 6$	$- 8,2$	$: 5$
$+ 47$	$\cdot 3$	$: 2$	$\cdot 10$
$\hline ?$	$\hline ?$	$\hline ?$	$\hline ?$

983. Прочитав приближенное равенство, объясните, до какого разряда округлено число.

- 1) $27,8 \approx 28$; 3) $4,56 \approx 4,6$; 5) $1,689 \approx 1,69$;
 2) $16,2 \approx 16$; 4) $25,246 \approx 25,2$; 6) $0,342 \approx 0,34$.

A

984. Округлите десятичные дроби:

- 1) 3,03; 4,58; 0,24; 2,473; 9,206; 5,791 до десятых;
 2) 0,214; 3,591; 2,168; 8,7351; 4,9603; 2,8375 до сотых;
 3) 6,2358; 2,5432; 3,6775; 4,2306 до тысячных.

985. Какое из приближенных равенств точнее:

- 1) $1,7 \approx 2$ или $1,7 \approx 1$; 3) $9,23 \approx 9,2$ или $9,23 \approx 9,3$;
 2) $6,5 \approx 6$ или $6,5 \approx 7$; 4) $6,366 \approx 6,36$ или $6,37$

986. Округлите десятичную дробь до целых:

- 1) 2,675; 3) 37,4109; 5) 145,732; 7) 200,8685;
 2) 5,19; 4) 0,806; 6) 5,6071; 8) 101,4902.

987. Заполните таблицу. Запишите приближенные значения данных чисел.

Число	До десятых	До сотых	До тысячных
35,9627			
48,4531			
91,8249			

988. Радиус Земли равен 6371 км. Радиус планеты Марс составляет 0,53 радиуса Земли. Запишите приближенное значение радиуса Марса. Ответ округлите до десятых.

989. Цена 1 м ткани 600 тг. Стоимость отреза ткани 255 тг. Сколько сантиметров составляет длина отреза? Ответ округлите до целых.

990. 1) Выразите в минутах 372 с. Найдите приближенное значение.

A. 5 мин; B. 6 мин; C. 4 мин; D. 7 мин.

2) Выразите в часах 390 мин. Найдите приближенное значение.

A. 8 ч; B. 9 ч; C. 7 ч; D. 5 ч.

В

991. Округлите десятичные дроби:

1) 7,3605; 0,9421; 3,1502; 12,0374; 9,5601 до десятых;

2) 0,2831; 4,0376; 19,6201; 3,4057; 6,4817 до сотых;

3) 0,67509; 4,23265; 8,98605; 29,48075 до тысячных.

992. С космодрома Байконур 2 октября 1991 года на корабле «Союз ТМ-13» в космос полетел первый казахский космонавт Тохтар Онгарбаевич Аубакиров, который приземлился 10 октября. Из космоса он исследовал соленые пылевые бури над высохшим Аральским морем площадью 40 000 км². Для каких данных взяты их точные значения, а для каких – приближенные? До какого разряда они округлены?



993. Вместо квадратика поставьте приближенное значение величины, округлив его до целых:

1) 7835 м $\approx$ □ км; 3) 4235 м $\approx$ □ км;

5) 857 кг $\approx$ □ ц;

2) 316 см $\approx$ □ м; 4) 5416 г $\approx$ □ кг;

6) 14257 кг $\approx$ □ т.

994. В школе 1500 учеников. Каждый день в течение всего года у кого-нибудь из них день рождения. Докажите, что найдется день, в который отмечают свои дни рождения не менее чем 5 учеников данной школы.

995. Периметр квадрата 22,48 дм. Найдите его площадь. Ответ округлите до десятых.

996. Звездочка означает первую из отброшенных цифр при округлении. Запишите вместо звездочки одну из цифр, чтобы округление было выполнено правильно:

1) $2,4^* \approx 2,5$;

2) $9,35^* \approx 9,35$;

3) $14,67^* \approx 14,68$;

4) $28,73^* \approx 28,73$;

5) $44,98^* \approx 44,98$:

6) $53,435^* \approx 53,436$.

997. Решите уравнение:

$$1) \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{4}x - \frac{1}{3}} - \frac{3}{8} = \frac{1}{40};;$$

$$2) \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}x - \frac{1}{2}} + \frac{2}{5} = \frac{1}{2},$$

C

998. Какое из чисел можно взять в качестве приближенного значения числа 7,48126?

1) $7,4 < 7,48126 < 7,5$;

3) $7,481 < 7,48126 < 7,482$:

2) $7,48 < 7,48126 < 7,49$;

4) $7,4812 < 7,48126 < 7,4813$?

Образец: $6,24 < 6,2473 < 6,25$. $6,2473 \approx 6,25$.

999. Запишите обыкновенную дробь в виде десятичной, округлив ее до тысячных. Заполните таблицу.

Обыкновенная дробь	$\frac{2}{3}$	$\frac{6}{7}$	$\frac{2}{13}$	$\frac{5}{19}$
Десятичная дробь				

1000. Сумма длин всех ребер куба равна 51,6 см. Найдите площадь поверхности куба. Ответ округлите до целых.

1001. Скорость вращения Земли вокруг своей оси в течение суток составляет 0,46 км/с. Скорость вращения Земли вокруг Солнца в 65,22 раза больше скорости вращения Земли вокруг своей оси. Найдите скорость вращения Земли вокруг Солнца. Ответ округлите до целых (рис. 4.18).

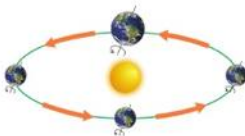


Рис. 4.18

1002. Эскалатор длиной 150 м движется со скоростью 32 м/мин. Человек, чтобы быстрее подняться вверх, идет по эскалатору со скоростью 8 м/мин. Через какое время человек дойдет до верха эскалатора? Ответ округлите до целого.

1003. Вычислите:

$$1) \frac{\left(4\frac{5}{12} - 3\frac{7}{18}\right) : 9,25 + \frac{5}{6}}{\left(0,4 + \frac{1}{8} + 0,75\right) \cdot \frac{2}{3}};$$

$$2) \frac{3\frac{7}{15} \cdot 0,25 + \frac{5}{6} - 1\frac{2}{5}}{5,4 : \left(\frac{3}{20} + 0,75\right)}.$$

★**1004.** Используя источники ИКТ, запишите расстояние от Земли до Луны. Нам известно, что скорость распространения света равна 300 000 км/с. Сколько времени свет идет до Земли от Луны? Ответ округлите до десятых.

Ключевые факты.

Десятичные дроби округляются до целых, до десятых, до сотых, до тысячных и т.д.

Правило округления десятичной дроби.

1. При округлении десятичной дроби до разряда единиц, десятых, сотых и т.д. все цифры последующих разрядов отбрасываются.

2. Последнюю из оставшихся цифр не меняют, если первая из отбрасываемых цифр 0, 1, 2, 3 или 4.

3. Значение последней из оставшихся цифр увеличивают на единицу данного разряда, если первая из отбрасываемых цифр 5, 6, 7, 8 или 9.

Например, $45,23 \approx 45$ – округлено до целых;

$0,861 \approx 0,9$ – округлено до десятых;

$2,734 \approx 2,73$ – округлено до сотых.



988. $\approx 3376,6$ км. **989.** ≈ 43 см. **995.** $\approx 31,6$ дм².

997. 1) 3; 2) 4.

1000. ≈ 111 см². **1001.** ≈ 30 км/с. **1002.** ≈ 4 мин.

1003. 1) $1\frac{1}{9}$; 2) 0,05. **1004.** $\approx 1,3$ с.



Исторические сведения

В древние времена люди в качестве «вычислительного прибора» использовали пальцы рук. Сначала использовали 5 пальцев одной руки, затем 10 пальцев обеих. На этой основе установилась десятичная система счисления.

В связи с развитием торговли и искусств как «вычислительный прибор» пытались использовать мелкие камешки, палку с метками, узелки веревки.

В Древнем Египте и Древней Греции, позже в Риме в качестве «вычислительного прибора» использовали абак (рис. 4.19). Абак – это доска с углубленными желобами, по которым перемещались камешки (у римлян слово «калькуляция» означало «считать, подсчитывать камешки»). Со временем устройство абак совершенствовались. В XVI веке появились русские счеты (рис. 4.20). В этих счетах на каждую спицу нанизано 10 шаров. В связи с вычисляемым числом шары группируются, скользя по спицам. Вычисления с помощью русских счетов проводились в десятичной системе счисления. Счисление с помощью счетов также практиковалось у китайцев и японцев.



Рис. 4.19



Рис. 4.20

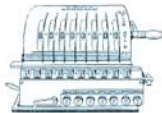


Рис. 4.21

В 1673 году немецкий физик, изобретатель и математик Готфрид Вильгельм Лейбниц (1646–1716) изобрел первый арифмометр, выполнявший четыре арифметических действия. В 1878 году русский математик Пафнутий Львович Чебышев изобрел усовершенствованный вид арифмометра (рис. 4.21).

В настоящее время вычисления проводятся с помощью электронных вычислительных машин. Самым простейшим их видом является микрокалькулятор.



П. Л. Чебышев
(1821–1894)

4.12. Числовые последовательности, составленные из дробей

1005. Установите закономерность в числовых последовательностях. Запишите три последующих члена последовательности.

- 1) $1; 1\frac{1}{2}; 2; 2\frac{1}{2}; \dots$; 3) $\frac{1}{11}; \frac{2}{11}; \frac{4}{11}; \frac{8}{11}; \dots$;
2) $8; 7\frac{3}{4}; 7\frac{2}{4}; 7\frac{1}{4}; \dots$; 4) $\frac{16}{17}; \frac{8}{17}; \frac{4}{17}; \frac{2}{17}; \dots$;

1006. Впишите два предыдущих члена последовательности:

- 1) $\dots; \frac{1}{8}; \frac{1}{16}; \frac{1}{32}; \dots$; 3) $\dots; \frac{4}{29}; \frac{8}{29}; \frac{16}{29}; \dots$;
2) $\dots; \frac{3}{11}; \frac{4}{11}; \frac{5}{11}; \dots$; 4) $\dots; 7\frac{1}{2}; 7; 6\frac{1}{2}; \dots$.

1007. Угадайте закономерность в порядке записи чисел. Запишите пропущенные 2 члена последовательности.

- 1) 0,4; 0,7; 1; ... ; 1,9; 2,2; 2,5; ... ;
2) 9,3; 9,1; 8,9; ... ; 8,3; 8,1; 7,9; ... ;
3) 0,03; 0,06; 0,12; ... ; 0,96; 1,92; 3,84; ... ;
4) 9,6; 4,8; 2,4; ... ; 0,3; 0,15; 0,075;

1008. Запишите последовательность из 6 чисел, у которой первое число $\frac{1}{4}$, а каждое следующее на $\frac{1}{2}$ больше предыдущего.

В

1009. Установите закономерность в числовых последовательностях. Запишите еще два члена последовательности.

- 1) $2\frac{7}{9}; 2\frac{8}{9}; 3; 3\frac{1}{9}; \dots$; 3) $\frac{40}{43}; \frac{30}{43}; \frac{20}{43}; \frac{10}{43}; \dots$;
2) $1\frac{1}{3}; 2\frac{2}{3}; 4; 5\frac{1}{3}; \dots$; 4) $9; 4\frac{1}{2}; 2\frac{1}{4}; 1\frac{1}{8}; \dots$.

1010. Установите закономерность. Востановите 2 предыдущих и 2 последующих члена в последовательности;

- 1) $\dots; 3,7; 4,9; 6,1; 7,3; \dots$;
2) $\dots; 0,18; 0,54; 1,62; 4,86; \dots$;
3) $\dots; 20,8; 10,4; 5,2; 2,6; \dots$;

- 1011.** Впишите в таблицу первые пять членов последовательности (a_n) , заданной формулой $a_n = \frac{1}{n^2}$.

Номер члена	1	2	3	4	5
Обозначение	a_1				
Член последовательности					

C

- 1012.** Установите закономерность. Запишите пропущенные 2 члена последовательности:

- 1) 0,5; 1,5; 4,5; ... 121,5; 364,5; ... ;
- 2) 0,6; 1,2; 2,4; 4,8; ... 38,4; 76,8; 153,6; ... ;
- 3) 0,07; 0,21; 0,63; ... ; 17,01; 51,03; 153,09.

- 1013.** Запишите формулу n -ого члена последовательности:

- 1) $2; 3\frac{1}{2}; 5; 6\frac{1}{2}; \dots; a_n = ?$
- 2) $\frac{1}{3}; \frac{2}{3}; 1; 1\frac{1}{3}; 1\frac{2}{3}; \dots; c_n = ?$
- 3) $5; 0,5; 0,05; 0,005; \dots; a_n = ?$

- 1014.** Запишите пять чисел последовательности, первое из которых равно $\frac{3}{4}$, а каждое следующее получается умножением предыдущего на 2.

Глава V. МНОЖЕСТВА

5.1. Множество. Элементы множества. Изображения множеств



Г. Кантор

Во второй половине XIX века в математике появилось понятие «множество». Введение в математику понятия множества способствовало формированию теории множеств. Создателем этой теории является немецкий математик Георг Кантор (1845–1918).

I. Множество и его элементы.

Множество представляет собой объединение некоторых объектов или предметов в единую совокупность по каким-либо общим свойствам или законам.

Например, множество звезд на небе, множество четных чисел, множество учеников класса.

Множества состоят из элементов.

Предметы или объекты, составляющие множество, называют элементами множества.

Множество принято обозначать прописными буквами латинского алфавита, а его элементы записывают в фигурных скобках.

Например, P – множество букв в слове «планета» записывается так:

$$P = \{п, л, а, н, е, т\}, \text{ или } \{а, п, н, л, т, е\}.$$

Элементы множества можно записывать в любом порядке, но при этом ни один элемент не записывается дважды.

Множество натуральных чисел обозначают буквой N .

$$N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}.$$

Если элемент a принадлежит множеству B , то записывают: $a \in B$. Читают: « a – элемент множества B », или « a принадлежит множеству B ».

Например, число 7 принадлежит множеству натуральных чисел: $7 \in N$.

Если элемент c не принадлежит множеству A , то записывают: $c \notin A$. Читают: « c не принадлежит множеству A ». Например, число 0 не принадлежит множеству натуральных чисел N , записывают: $0 \notin N$.

Множество, которое не содержит ни одного элемента, называется *пустым множеством*.

Пустое множество обозначается так: $\emptyset$.

Например: 1) множество натуральных чисел, меньших 1 – пустое множество;

2) множество обезьян на планете Меркурий – пустое множество.

В зависимости от числа элементов *множества* бывают *конечные* и *бесконечные*. Например, множество цифр $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0\}$ – конечное множество.

Запишем, указав количество элементов множества A : $n(A) = 10$. Множество натуральных чисел N – бесконечное множество. Пустое множество $\emptyset$ считается конечным множеством.

Если вы правильно поняли все, то постарайтесь выполнять задание.

? **Задание.** Запишите элементы множества A , если A – множество букв в слове «квадрат».

Ответьте на вопрос:

1. Сколько элементов содержит множество A ?
2. Принадлежат ли буквы «д» и «с» множеству A ?

Проверьте себя.

$A = \{к, а, в, т, р, д\}$

1. $n(A) = 6$;
2. $д \in A$; $с \notin A$.

Имеется два способа задания множества.

Первый состоит в том, что множество задается *перечислением элементов*.

Например, пусть C – множество однозначных нечетных чисел. $C = \{1, 3, 5, 7, 9\}$.

Второй способ состоит в том, что множество задается описанием, при указании его характеристических свойств.

Например, пусть B – множество всех натуральных чисел, меньших 70.

$$B = \{x/x \in N, x < 70\},$$

где x – произвольный элемент множества B , а запись после вертикальной черты – это условие, которому должны удовлетворять значения x .

II. Изображение множеств.

Множества и соотношения между множествами изображаются кругами Эйлера–Венна.



Л. Эйлер

Леонард Эйлер (1707–1783) – один из величайших швейцарских математиков XVIII века. Джон Вени (1834–1923) – английский математик.

Внутри круга точками изображаются элементы, принадлежащие данному множеству, а снаружи – элементы, не принадлежащие множеству.

Например, пусть A – множество четных цифр (рис. 5.1).

$$A = \{0, 2, 4, 6, 8\}.$$

$$2 \in A; 7 \notin A; b \notin A.$$

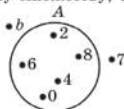


Рис. 5.1



1. Приведите примеры множеств.
2. Как называются предметы, объекты, составляющие множество?
3. Какое множество называют пустым?
4. Что означает запись $x \in A$? $x \notin A$?

1015. Вычислите (устно):

- 1) $20,2 : 0,2$; 2) $30,3 : 0,3$; 3) $12,12 : 0,12$; 4) $15,15 : 0,15$;
 $40,4 : 0,2$; $60,6 : 0,3$; $36,36 : 0,12$; $45,45 : 0,15$;
 $60,6 : 0,2$; $90,9 : 0,3$; $48,48 : 0,12$; $75,75 : 0,15$.

1016. Прочитайте запись:

- 1) $72 \in N$; 2) $3,7 \notin N$; 3) $\frac{3}{5} \notin N$; 4) $9 \in N$.

A

1017. Как называют:

- 1) множество работников, которые обучают школьников;
- 2) множество людей, которые пишут музыку на стихи;
- 3) множество работников, которые лечат людей;
- 4) множество ребят, которые учатся в школе?

1018. Запишите множество перечислением элементов и укажите количество элементов:

- 1) A – множество букв в слове «математика»;
- 2) B – множество букв в слове «космос»;
- 3) C – множество букв в слове «транспорт».

1019. Укажите среди следующих множеств пустые множества:

- 1) E – множество рыб на планете Венера;
- 2) D – множество рыжих учеников школы;
- 3) K – множество воробьев, клюющих зерно, после того как одного из воробьев схватила кошка.

Используйте обозначение при записи.

1020. На рисунке 5.2 изображен круг Эйлера–Венна, в котором содержатся элементы множества A , где A – множество двузначных простых чисел до 20.

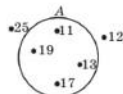


Рис. 5.2

- 1) Запишите множество A перечислением элементов.
- 2) Запишите количество элементов множества A .
- 3) Какие элементы не принадлежат множеству A ? При записи используйте обозначения.

В

1021. Как называют:

- 1) множество чисел, употребляемых для счета предметов;
- 2) множество точек на плоскости, равноудаленных от точки O ;
- 3) множество фигур, образованных двумя лучами, выходящими из одной точки?

1022. Запишите множество перечислением его элементов, если:

- 1) A – множество двузначных чисел, оканчивающихся нулем;
- 2) B – множество правильных дробей со знаменателем 6;
- 3) C – множество неправильных дробей с числителем 7.

1023. Вместо рамок поставьте соответствующие слова – «конечное множество», «бесконечное множество»:

- 1) множество точек на отрезке – ;
- 2) множество точек на прямой – ;
- 3) множество делителей числа 12 – ;
- 4) множество кратных числа 12 – .

1024. Если: $1 \in A$; $2 \notin A$; $3 \in A$; $4 \notin A$; $5 \in A$; $15 \in A$.

С помощью круга Эйлера–Венна изобразите:

- 1) Элементы, принадлежащие множеству A .
- 2) Элементы, не принадлежащие множеству A .
- 3) Дайте характеристику элементам множества A .

1025. Пусть B – множество делителей числа 36.

- 1) Запишите множество B перечислением элементов.
- 2) Запишите с обозначением число элементов множества B .

1026. Пусть A – множество двузначных чисел, кратных числу 11.

- 1) Запишите множество A перечислением элементов.
- 2) Запишите обозначением количество его элементов.

1027°. Из четырех кусков проволоки длиной 42 см каждый, не разрезая, сложили каркас куба. Найдите объем куба, длина ребра которого равна длине ребра каркаса куба.

- A. 2876 см^3 ; B. 2872 см^3 ; C. 2744 см^3 ; D. 2978 см^3 .

C

1028. Как называют:

- 1) множество натуральных чисел, которые имеют только два различных делителя: единицу и само это число;
- 2) множество натуральных чисел, делящихся на 2 без остатка;
- 3) множество обыкновенных дробей с числителем 1;
- 4) множество чисел, записанных в десятичной системе и имеющих разряды меньше единицы?

1029. Составьте множество двузначных чисел A , B и C , в записи которых используются лишь цифры:

- 1) 2 и 6; 2) 0, 1 и 7; 3) 3, 5 и 9.

1030. На рисунке 5.3 кругами Эйлера–Венна изображены элементы множеств A и B .

- 1) Запишите множества A и B перечислением их элементов.
- 2) Сколько элементов содержит множество A ? множество B ?
- 3) Какой элемент не принадлежит множеству A ? множеству B ?

При записи используйте обозначения.

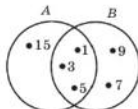


Рис. 5.3

1031*. Запишите с помощью перечисления элементов множество A , заданное характеристическим свойством:

$$A = \{x/x \in N, x - \text{делители числа } 12\}.$$

1032. Запишите десятичные дроби в виде обыкновенных дробей. Выполните действия:

$$\left(6\frac{1}{8} - 1,75\right) : \left(9 - 2,2 \cdot \left(5\frac{6}{11} - 3,5\right)\right) \cdot 1\frac{2}{7};$$

Ключевые факты.

Предметы или объекты, объединенные в одно целое по некоторому признаку, образуют *множество*.

Пример 1. Множество полных десятков, множество обыкновенных дробей, множество натуральных чисел и т.д.

Каждая геометрическая фигура – это множество точек. Элементами этого множества служат точки.

Множество задается или перечислением элементов, или указанием общего свойства элементов множества.

Пример 2. Пусть A – множество делителей числа 28.

$$A = \{1, 2, 4, 7, 14, 28\}; n(A) = 6.$$

$$2 \in A; 3 \notin A.$$

Множество, не имеющее ни одного элемента, называют *пустым множеством*. Обозначается так: $\emptyset$.

Пример 3. Множество простых чисел меньше 2 – пустое множество.



1018. 1) $n(A) = 6$; 2) $n(B) = 4$; 3) $n(C) = 8$. **1019.** 3) $K = \emptyset$.

1026. 2) $n(A) = 9$. **1029.** 2) $A = \{10, 11, 17, 70, 71, 77\}$.

1030. 2) $n(A) = 4$; $n(B) = 5$. **1031.** $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$.

1032. $1\frac{1}{4}$.

5.2. Подмножество

Множество B называется *подмножеством* множества A , если каждый элемент множества B является элементом множества A (рис. 5.4).

Это обозначают так: $B \subset A$.

Читают: « B – подмножество A ».

Запись: $D \not\subset E$. Читается: « D не является подмножеством E ».

Задание. Дано множество $L = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$.

1. Выберите из этого множества те элементы,

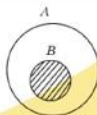


Рис. 5.4

которые являются кратными числу 6, и из них составьте множество K .

2. Изобразите кругами Эйлера–Венна соотношение между множествами L и K .

3. Сделайте соответствующую запись, используя знак « $\subset$ ».

Проверьте себя.

Дано: $L = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$.

1. $K = \{6, 12, 18\}$ (рис. 5.5).

2. $K \subset L$.

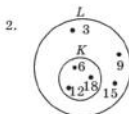


Рис. 5.5

Например:

1. Множество делителей числа 28 является подмножеством множества делителей числа 84.

2. Множество лебедей является подмножеством множества птиц.

3. Множество треугольников является подмножеством множества многоугольников.

Если для двух множеств X и Y одновременно справедливы утверждения $X \subset Y$ и $Y \subset X$, то множества X и Y состоят из одних и тех же элементов.

Такие множества называют равными и пишут:

$$X = Y.$$

Например, $A = \{\square, \bigcirc, \triangle, \bullet\}$; $B = \{\triangle, \square, \bullet, \bigcirc\}$; $A = B$.

Два множества равны, если они состоят из одних и тех же элементов.

Подмножеством любого множества является само множество и пустое множество.

$$F \subset F; \emptyset \subset F,$$

где F – произвольное множество.

Например, если $A = \{a, b, c\}$, то его подмножества:

$$\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}.$$

Множество, состоящее из n элементов, имеет 2^n подмножеств, считая само множество и пустое множество.



1. Какое множество является подмножеством данного множества?
2. Какие множества считаются равными множествами?
3. Чем могут отличаться равные множества друг от друга?
4. Что означает запись $B \subset C$? Что означает запись $B \not\subset A$?

1033. Прочитайте запись:

$$C \subset D; \quad E \not\subset F; \quad a \in B; \quad b \notin L.$$

А

1034. Какое из этих множеств является подмножеством другого множества? Сделайте соответствующие записи, используя знак « $\subset$ »:

1. A – множество музыкантов;

B – множество скрипачей.

2. L – множество городов нашей страны;

K – множество городов, являющихся областными центрами нашей страны.

3. C – множество простых чисел;

D – множество натуральных чисел.

1035. Даны множества $A = \{1, 3\}$; $B = \{3, 6, 9\}$; $C = \{5, 10, 15\}$ и $D = \{14, 21\}$. Какое из них является подмножеством множества $F = \{1, 3, 6, 9, 12, 15\}$? Сделайте соответствующие записи, используя знак « $\subset$ ».

1036. На рисунке 5.6 изображены множества A и B .

1) Какой общий признак множества A ?

2) Какой общий признак множества B ?

3) Почему B – подмножество множества A ?

При записи используйте обозначения.



Рис. 5.6

1037. Выберите равные множества и запишите их со знаком « $=$ »:

$$A = \{a, b, c\}; \quad B = \{4, 5, 6\}; \quad E = \{6, 5, 4\};$$

$$C = \{x, y, z\}; \quad D = \{c, b, a\}; \quad F = \{m, n, x\}.$$

1038. Составьте все подмножества множества D , если:

$$1) D = \{7\}; \quad 2) D = \{5; 9\}; \quad 3) D = \left\{ \frac{2}{5}; \frac{1}{3} \right\}.$$

1039. Решите уравнение:

$$1) 5(x - 0,2) = 0; \quad 3) 5x - \frac{1}{8} = 3; \quad 5) 7\frac{3}{5} + 2x = 10,6;$$

$$2) 0,8(y - 7) = 8; \quad 4) 4x - 1\frac{4}{5} = 5,4; \quad 6) 10 + 3\frac{1}{4}x = 23.$$

В

1040. Запишите с помощью обозначений соотношение между данными множествами:

- 1) A – множество прямоугольников. B – множество квадратов;
- 2) C – множество точек, принадлежащих кругу с центром в точке O . D – множество точек окружности с центром в той же точке O .

1041. На рисунке 5.7 кругами Эйлера–Венна изображено соотношение между множествами A и B .

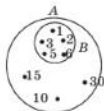


Рис. 5.7

1. Запишите перечислением элементов, используя фигурные скобки, множества A и B .
2. Определите, по какому признаку составлено множество чисел в множестве A .
3. Обозначьте соответствующим знаком соотношение между множествами A и B .

1042. Из элементов множества $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$ составьте множество B – делителей числа 6. Запишите взаимное соотношение между множествами A и B .

1043. Из множества D составили все его подмножества:

$\emptyset$, $\{6\}$; $\{7\}$; $\{8\}$; $\{6; 7\}$; $\{6; 8\}$; $\{7; 8\}$; $\{6; 7; 8\}$.

Запишите перечислением элементов множество D .

1044. Из множества $A = \{x, y, z\}$ составьте все его подмножества.

С

1045. Пусть F – множество делителей числа 25.

Запишите множество F перечислением элементов.

Запишите подмножество множества F .

1046. Заполните пропущенные места ($\square$), если:

$A = \{3, 6, 9\}$;

$E = \{6, 9\}$;

$F = \{4, 8\}$.

1) $E \square A$;

2) $F \square A$;

3) $6 \square A$;

4) $9 \square F$.

1047. Пусть B – множество двузначных чисел с одинаковыми цифрами, D – множество двузначных делителей числа 66.

- 1) Запишите множества B и D перечислением элементов.
- 2) Запишите с обозначением соотношение между множествами B и D .

1048*. Перечертите в тетрадь рисунок 5.8, где кругами Эйлера–Венна изображены множества A , B и C .

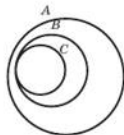


Рис. 5.8.

1. Пусть C – множество остатков при делении натуральных чисел на 4; пусть B – множество остатков при делении натуральных чисел на 6; пусть A – множество остатков при делении натуральных чисел на 9.

2. Отметьте числа, принадлежащие множеству A , множеству B , множеству C на кругах Эйлера–Венна.

3. Обозначьте соотношения между множествами A , B и C .

1049*. Даны множества:

$$A = \{x/x = 5n, n \in N\};$$

$$C = \{x/x = 6n, n \in N\};$$

$$B = \{x/x = 3n, n \in N\};$$

$$D = \{x/x = 15n, n \in N\}.$$

Какое из этих множеств является подмножеством другого? Обозначьте, используя соответствующий знак.

1050*. Длина 3 прыжков собаки равна длине 5 прыжков зайца. В то время когда собака делает 4 прыжка, заяц может сделать 6 прыжков. Догонит ли собака зайца?

Ключевые факты.

Подмножество B – это часть множества A , каждый элемент которого принадлежит множеству A . $B \subset A$.

Например, если C – множество аликвотных дробей, а D – множество обыкновенных дробей, то $C \subset D$.

Читают: « C – подмножество D ».



1035. $A \subset F$; $B \subset F$. 1039. 3) $\frac{5}{8}$; 5) 1,5; 6) 4. 1041. 2) Делители числа 30. 1043. $D = \{6; 7; 8\}$. 1050. Догонит.

5.3. Пересечение множеств. Объединение множеств

I. Пересечение множеств.

Пример 1.

На рисунке 5.9 изображены треугольник и круг. A – множество точек треугольника, B – множество точек круга. Эти множества имеют общие элементы – множество точек закрашенной части круга, содержащей те и только те элементы, которые входят одновременно и в множество A , и в множество B . Значит, множество точек закрашенной части круга является *пересечением множеств* A и B .

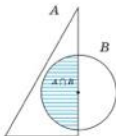


Рис. 5.9

Обозначают: $A \cap B$, где $\cap$ – знак пересечения.

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ и } x \in B\}.$$

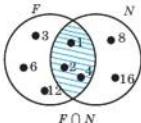
- ? **Задание 1.** Найдите пересечение множеств F и N , где F – множество делителей числа 12, N – множество делителей числа 16 (рис. 5.10).

Подсказка.

1. Запишите множества F и N перечислением элементов.
2. $F \cap N = \{ \quad \}$. Запишите в фигурной скобке только те элементы, которые принадлежат и множеству F , и множеству N .
3. Изобразите кругами Эйлера–Венна соотношения между множествами F и N .
4. Сформулируйте определение пересечения двух множеств.

Проверьте себя.

1. $F = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$;
 $N = \{1, 2, 4, 8, 16\}$.
2. $F \cap N = \{1, 2, 4\}$
- 3.



$$n(F \cap N) = 3.$$

Рис. 5.10

Пересечением множеств A и B называется новое множество $A \cap B$, содержащее те и только те элементы, которые принадлежат одновременно и множеству A , и множеству B .

Множества E и F , изображенные на рисунке 5.11, не пересекаются. Пишут: $E \cap F = \emptyset$.

II. Объединение множеств.

Пример 2.

На рисунке 5.12 изображены квадрат $ABCD$ и треугольник ECF . K – множество точек квадрата $ABCD$. L – множество точек треугольника ECF .

Объединяя множество точек квадрата $ABCD$ с множеством точек треугольника ECF , получим новое множество – множество точек четырехугольника $ABCF$.

Значит, множество точек четырехугольника $ABCF$ является *объединением* множества K и множества L .

Обозначают: $K \cup L$, где $\cup$ – знак объединения.

$$K \cup L = \{x | x \in K, \text{ или } x \in L\}.$$

Задание 2. Найдите объединение множеств A и B , где:

A – множество цифр в записи числа 715326;

B – множество цифр в записи числа 827905 (рис. 5.13).

Подсказка.

1. Запишите множества A и B перечислением элементов.

2. $A \cup B = \{\quad\}$. Запишите в фигурной скобке сначала все элементы множества A , а затем припишите к ним недостающие элементы из множества B .

3. Изобразите кругами Эйлера–Венна соотношение между множествами A и B .

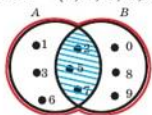
4. Сформулируйте определение объединения двух множеств.

Проверьте себя.

1. $A = \{1, 2, 3, 5, 6, 7\}$ $B = \{0, 2, 5, 7, 8, 9\}$.

2. $A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 6, 7, 0, 8, 9\}$.

3.

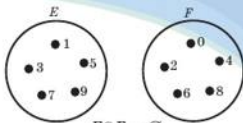


$A \cup B$ Рис. 5.13

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B);$$

$$n(A \cup B) = 6 + 6 - 3 = 9;$$

$$n(A \cup B) = 9.$$



$$E \cap F = \emptyset.$$

Рис. 5.11

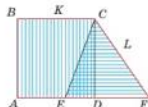


Рис. 5.12

Объединением множеств A и B называется новое множество $A \cup B$, состоящее из тех и только тех элементов, которые принадлежат хотя бы одному из множеств A или B .

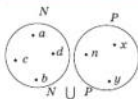


Рис. 5.14

Могут объединяться и те множества, которые не имеют общих элементов (рис. 5.14).

Например, если $N = \{a, b, c, d\}$; $P = \{n, x, y\}$, то $N \cup P = \{a, b, c, d, n, x, y\}$.

$$n(N \cup P) = n(N) + n(P) = 4 + 3; n(N \cup P) = 7.$$

Если $B \subset A$, то $A \cap B = B$ и $A \cup B = A$, где A и B – любое множество.



1. Какое множество называется пересечением двух множеств?
2. Какое множество называется объединением двух множеств?

1051. Назовите фигуру, которая является пересечением:

- 1) двух прямых;
 - 2) двух квадратов, образующих прямоугольник.
- Какие возможны случаи?

A

1052. Перерисуйте рисунок 5.15 в тетрадь. 1) Раскрасьте синим цветом пересечение данных множеств. 2) Раскрасьте красным цветом объединение множеств.

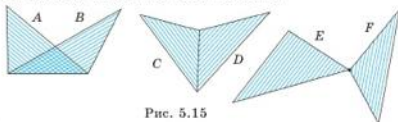


Рис. 5.15

1053. Запишите перечислением элементов множества цифр E числа 24 264 и множества цифр F числа 45 695:

- 1) Запишите перечислением элементов пересечения множеств E и F и обозначьте его.
- 2) Запишите перечислением элементов объединения множеств E и F и обозначьте его.

1054. На рисунке 5.16 изображены с помощью кругов Эйлера–Венна множества A и B . Запишите перечислением элементов множества:

- а) A ; б) B ; в) $A \cap B$; г) $A \cup B$.

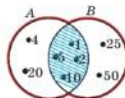


Рис. 5.16

1055. Постройте отрезки EF и KL так, чтобы их пересечением:
1) была точка; 2) был отрезок; 3) было пустое множество.

1056. Решите уравнение:

1) $2x + 9,8 = 13,6$;

4) $19,5 - 0,3x = 15,9$;

2) $10,36 - 3x = 5,86$;

5) $(7 - 0,2x) \cdot 1,4 = 7,56$;

3) $4,2x - 6 = 3,66$;

6) $(6,1x - 13,2) : 1,7 = 3$.

В

1057. Из букв в словах Марс и Уран запишите перечислением элементов:

1) множество A и множество B ;

2) пересечение множеств A и B ;

3) объединение множеств A и B .

1058. Начертите два треугольника так, чтобы их пересечением был:

1) четырехугольник; 2) пятиугольник.

1059. Запишите перечислением элементов:

• X – множество делителей числа 56;

• Y – множество делителей числа 32;

• $\cap$ – пересечение множеств X и Y . Что означает наибольшее число в пересечении множеств X и Y для чисел 56 и 32?

1060. Множество C содержит 5 элементов, множество D – 7 элементов. Если пересечение этих множеств содержит 3 элемента, то сколько элементов содержит их объединение? Решение задачи изобразите с помощью кругов Эйлера–Венна.

1061. В одном селе 435 телефонов, а в другом – 271. Между этими селами не было телефонной связи. Можно ли сделать проводное соединение так, чтобы каждый из 435 телефонов был соединен с каждым из 271?

1062. Решите задачу с помощью уравнения.

Собственная скорость теплохода в 9 раз больше, чем ско-

рость течения реки. По течению теплоход проходит 45 км за 1 ч 15 мин. Найдите скорость теплохода против течения.

С

1063. 1) Как называется множество, состоящее из объединения множества простых чисел, множества составных чисел и единицы?

2) Пусть K – множество простых чисел, L – множество составных чисел. Найдите $K \cap L$.

1064. Множества N и P содержат всего 5 элементов. Изобразите кругами Эйлера–Венна пересечение множеств N и P так, чтобы в нем было соответственно:

а) по 4 элемента; б) 3 и 4 элемента; в) 4 и 5 элементов.

1065. Множество F состоит из первых шести натуральных чисел, кратных 4, K – из первых пяти натуральных чисел, кратных 6. Запишите перечислением элементов $F \cap K$. Что означает наименьшее число в пересечении множеств F и K для чисел 4 и 6?

1066. Пусть A – множество натуральных решений неравенства $6 < x < 12$.

B – множество натуральных решений неравенства $8 < y < 15$.

Запишите перечислением элементов:

1) пересечение множеств A и B ;

2) объединение множеств A и B .

Сколько элементов в каждом случае?

1067. На рисунке 5.17 изображены множества A , B и C . Запишите перечислением элементов множества:

1) A, B, C ;

2) $A \cap B$;

3) $B \cup C$.

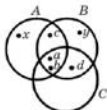


Рис. 5.17

1068. Вычислите: $\left(\frac{7,5}{0,6} - 2,5 \right) : \left(\frac{68 : 2\frac{5}{6} - 42 \cdot 0,1}{\frac{2}{3} \cdot 0,375 + 2,68 : 0,8} : 1,1 \right)$.

Ключевые факты.

I. Пересечение множеств.

Пересечением двух множеств называется множество, состоящее из всех общих элементов этих множеств.

Пересечение множеств A и B обозначают так: $A \cap B$.

Пример 1. Пусть $A = \{d, k, m, n, p\}$;

$B = \{n, p, q, r, x, y\}$

$A \cap B = \{n, p\}$, $n(A \cap B) = 2$.



II. Объединение множеств.

Объединением двух множеств называется множество, состоящее из всех элементов, которые принадлежат хотя бы одному из этих множеств.

Объединение множеств A и B обозначается так: $A \cup B$.

Пример 2. Пусть $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$;

$B = \{5, 6, 7, 8, 9\}$.

$A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$; $n(A \cup B) = 10$.



1056. 3) 2, 3; 5) 8; 6) 3. **1057.** 2) $n(A \cap B) = 2$; 3) $n(A \cup B) = 6$.

1060. $n(C \cup D) = 9$;

1061. Число ребер графа $\frac{435 \cdot 271}{2}$. Это не целое число. Значит, соединить телефоны требуемым образом невозможно.

1062. 28,8 км/ч. **1065.** $F \cap K = \{12; 24\}$; $HOK(4; 6) = 12$.

1067. 3) $B \cup C = \{a, в, d, c, y\}$; **1068.** 2.

5.4. Задачи на множества

Задача. Из участников математической олимпиады для 5 класса 38 учеников решили арифметическую задачу, а геометрическую – 25. Из них 20 учеников решили и арифметическую задачу, и геометрическую. Сколько учеников 5 класса участвовали в математической олимпиаде?

Решение. Пусть A – множество учеников, решивших арифметическую задачу, B – множество учеников, решивших геометрическую задачу (рис. 5.18).

$$n(A) = 38,$$

$$n(B) = 25,$$

$$\begin{aligned}
 n(A \cap B) &= 20. & n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\
 n(A \cup B) &= ? & n(A \cup B) &= 38 + 25 - 20 = 43, \\
 & & n(A \cup B) &= 43.
 \end{aligned}$$

Ответ: 43 ученика.

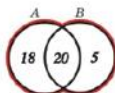


Рис. 5.18

- 1069.** L – множество всех учащихся в классе. K – множество учащихся этого класса, посещающих секцию легкой атлетики. Изобразите с помощью кругов Эйлера–Венна соотношение между множествами K и L .

Решите задачи, используя круги Эйлера–Венна (1070–1072).

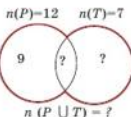
- 1070.** В классе 17 мальчиков. Из них 14 в свободное время увлекаются футболом, 9 – шахматами. Сколько мальчиков в свободное время увлекаются и футболом, и шахматами, если все мальчики класса занимаются только этими играми?

- 1071.** В магазине за неделю 19 человек купили телевизоры, 13 – холодильники. Из числа покупателей 8 человек купили и холодильники, и телевизоры.

- Сколько покупателей купили только телевизоры?
- Сколько покупателей купили только холодильники?

- 1072.** Среди туристов, приехавших в город, 10 человек знают казахский язык, 8 человек знают русский язык, в том числе 3 человека владеют и русским, и казахским языками. Сколько туристов прибыло в город?

- A. 12; B. 11;
C. 15; D. 17.



- 1073.** Выберите объект и по рисунку 5.19 составьте задачу. Ответьте на вопросы.

Рис. 5.19

- 1074.** В классе 15 учеников посещают кружки художественной самодеятельности. Из них 9 учеников играют на домбре, а 10 – занимаются пением. Сколько учеников и играют на домбре, и занимаются пением? Изобразите с помощью кругов Эйлера–Венна.

1075. В классе 32 ученика. Из них 17 собирают марки, 12 – значки. 8 учеников класса не занимаются коллекционированием. Сколько учеников класса собирают и марки, и значки?

1076. Выберите объект и по рисунку 5.20 составьте задачу. Ответьте на вопросы, изображенные на рисунке.

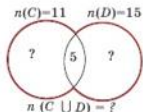


Рис. 5.20

1077. В корзине лежат яблоко, груша и персик. Фрукты, взятые по два, вместе весят: 450 г, 350 г, 400 г. Найдите массу каждого из фруктов.

- ▲ 1070. 6 мальчиков. 1071. 1) 11 человек купили только телевизоры; 2) 5 – только холодильники. 1074. 4 ученика. 1075. 5 учеников. 1077. Персик 150 г, груша 250 г, яблоко 200 г.

Упражнения для повторения главы V

1078. Прочитайте запись:

- 1) $572 \in N$; 3) $0 \notin N$; 5) $D \subset F$; 7) $K \cap L$;
2) $0,14 \notin N$; 4) $E \subset F$; 6) $S \cup T$; 8) $A \cap B = \emptyset$.

1079. На рисунке 5.21 изображен квадрат $ABCD$. Назовите:

- 1) Какой фигурой является пересечение треугольников ABD и BCD ?
2) Какой фигурой является объединение треугольников ABD и BCD ?

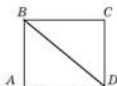


Рис. 5.21

1080. Изобразите кругами Эйлера – Венна соотношение между множествами: A и B , если $A = \{\square, \circ, \blacktriangleright, \bullet\}$; $B = \{\circ, \bullet\}$;

1081. Составьте все подмножества множества $A = \{m, n, s\}$.

1082. Пусть A – множество цифр в числе 52 274,
 B – множество цифр в числе 23 571.

Запишите перечислением элементов:

- 1) пересечение множеств A и B .
- 2) объединение множеств A и B .

1083. В город приехали 12 туристов. Из них 8 хотят посетить архитектурные сооружения, а 7 – мемориальные. Сколько туристов хотят посетить и архитектурные, и мемориальные сооружения?

1084. На рисунке 5.22 изображены множества A , B и C .

- 1) Запишите перечислением элементов множества A , B и C .
- 2) Запишите взаимное соотношения между множествами A и C , A и B .

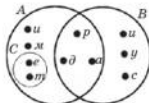


Рис. 5.22



В промышленности и народном хозяйстве изменение величины вычис-

ляется по его $\frac{1}{100}$ части. Например, если в первые три недели засеяли

$\frac{85}{100} = \frac{1}{100} \cdot 85$ части поля, то говорим: «Засеяли 85 процентов поля».

Задача 1. В спортивных кружках занимаются 15% учеников школы. Какая часть учеников школы занимается в спортивных кружках?

Задача 2. Сахар составляет $\frac{6}{100}$ состава клубники. Сколько процентов сахара содержится в клубнике?

Глава VI. ПРОЦЕНТЫ

6.1. Проценты

В процентах выражают повышение (снижение) цен на товары, выполнение плана в производстве, успеваемость учеников и т. д.

Слово «процент» происходит от латинского *pro centum*, означающего «на сто», или «со ста».

Один процент – это одна сотая часть целого.

Одну сотую ($\frac{1}{100}$) часть любой величины (числа) принимают за *один процент*.

Например,



$$1\% = \frac{1}{100}, \text{ или } 1\% = 0,01.$$

В записи вместо слова «процент» используют знак %. Например, вместо слов «20 процентов» пишут: 20%. Запись: «5%» читается как «пять процентов».

Так как 1% равен сотой части величины, то вся величина равна 100%.

Квадрат, изображенный на рисунке 6.1, состоит из 100 клеток. Из них 9 клеток закрашены. Одна клетка составляет $\frac{1}{100}$ квадрата. Значит, 1 клетка составляет 1% квадрата, а 9 клеток – 9% квадрата.

Если 9% квадрата закрашены, то не закрашены:

$$100\% - 9\% = 91\%.$$

Любое число процентов можно выразить дробью или натуральным числом.

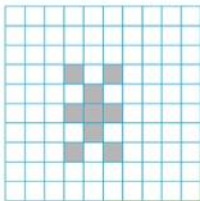


Рис. 6.1

Чтобы выразить проценты дробью или натуральным числом, надо число процентов (число, стоящее перед знаком %) разделить на 100.

Например, $7\% = \frac{7}{100}$; $7\% = 0,07$;

$300\% = \frac{300}{100} = 3$; $300\% = 3$;

$15\% = \frac{15}{100} = \frac{3}{20}$; $15\% = 0,15$.

$100\% = 1$ $25\% = \frac{1}{4} = 0,25$

$10\% = \frac{1}{10} = 0,1$ $50\% = \frac{1}{2} = 0,5$

$20\% = \frac{1}{5} = 0,2$ $75\% = \frac{3}{4} = 0,75$

Задача. В школьной библиотеке $\frac{3}{5}$ всех книг составляют учебники. Какой процент от всех книг они составляют?

Сформулируйте вывод о том, как можно выразить дробь в процентах.

Подсказка.

1. Сколько процентов составляет: $\frac{1}{5}$; $\frac{3}{5}$?

2. Запишите выражение, по которому можно выразить дробь $\frac{3}{5}$ в процентах.

Проверьте себя.

Решение. $\frac{5}{5}$ — это 100%.

$\frac{1}{5}$ — $\frac{100}{5}\%$,

$\frac{3}{5}$ — $\frac{100}{5} \cdot 3 = \frac{3}{5} \cdot 100\% = 0,6 \cdot 100\% = 60\%$.

Ответ: 60%.

Значит, дробь $\frac{3}{5}$ в виде процентов можно представить выражением: $\frac{3}{5} \cdot 100\%$.

Если записать с помощью букв, то $\frac{a}{b} \cdot 100\%$.

Чтобы выразить дробь или натуральное число в процентах, надо его умножить на 100 и к полученному результату приписать знак процента (%).

$$\begin{aligned}\text{Например, } 0,4 &= (0,4 \cdot 100)\% = 40\%; & \frac{2}{5} &= \left(\frac{2}{5} \cdot 100\right)\% = 40\%; \\ 2 &= (2 \cdot 100)\% = 200\%; & 1,3 &= (1,3 \cdot 100)\% = 130\%.\end{aligned}$$



1. Что такое 1%?
2. Как найти один процент данного числа?
3. Как выразить проценты в дробях? Приведите примеры.
4. Как выразить дроби в процентах? Приведите примеры.

1085. Сколько процентов площади фигур, изображенных на рисунке 6.2 (а, б, в), закрашено?

а)



б)



в)



Рис. 5.2

A

1086. Объясните смысл предложений:

- 1) В арбузе содержится 98% воды.
- 2) В клубнике содержится 6% сахара.

1087. 1) Запишите проценты десятичными дробями:

1%; 6%; 10%; 25%; 50%; 75%; 120%; 170%.

2) Запишите проценты обыкновенными дробями:

2%; 5%; 20%; 60%; 80%; 140%; 180%.

1088. Запишите в процентах дроби:

1) $\frac{9}{100}$; $\frac{51}{100}$; $\frac{93}{100}$; $\frac{1}{10}$; $\frac{1}{20}$; 3) 0,1; 0,01; 0,08; 0,8; 1,6;

2) $\frac{1}{25}$; $\frac{3}{5}$; $\frac{3}{10}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{1}{50}$; 4) 0,91; 1,5; 2; 2,7; 3,2.

1089. Найдите 100% числа, если его 1% равен:

1) $\frac{3}{4}$; $\frac{7}{20}$; $\frac{9}{25}$; $1\frac{3}{10}$; $3\frac{1}{2}$; $5\frac{1}{4}$;

2) 1,8; 0,27; 0,05; 6,72; 9,03; 9,9.

1090. Сосуд наполнен водой на $\frac{7}{10}$ объема.

- На сколько процентов объем сосуда наполнен водой?
- На сколько процентов объем сосуда пустой?
- Какая величина принята за 100%?

1091. Туристы проехали 70% пути на автобусе, а остальную часть – на поезде. Сколько процентов пути туристы проехали на поезде? Какая величина принята за 100%?

1092. Для приготовления компота купили сухофрукты. Яблоки составляют 35% сухофруктов, груши – 30%, абрикосы – 25%, сливы – остальную часть. Сколько процентов сухофруктов составляют сливы? Какая величина принята за 100%?

1093. 1) Выразите в сантиметрах: 1%; 7%; 40% от 1 метра.

2) Выразите в килограммах: 1%; 15%; 75% от 1 центнера.

3) Выразите в граммах: 1%; 3%; 10% от 1 килограмма.

В

1094. Запишите проценты в виде обыкновенных дробей:

15%; 6,4%; 35%; 116%; 105%; 220%.

1095. Запишите в процентах дроби:

$\frac{17}{20}$; $\frac{11}{25}$; $\frac{21}{50}$; 0,05; 0,74; $1\frac{1}{2}$; $1\frac{3}{5}$; $2\frac{3}{25}$.

1096. 1) Сколько процентов составляет радиус окружности от ее диаметра?

2) Сколько процентов составляет длина стороны квадрата от его периметра?

1097. 1) $\frac{17}{20}$ яблока составляет вода. Сколько процентов составляет вода в яблоке?

2) $\frac{9}{10}$ капусты составляет вода. Сколько процентов составляет вода в капусте?

1098. 1) В морской воде содержится 5% соли. Какую часть морской воды составляет соль?

2) Мировой океан занимает 71% земной поверхности. Какую часть земной поверхности занимает Мировой океан?

1099. 1) Токарь перевыполнил суточное задание на 18%. На сколько процентов он выполнил суточное задание?

2) Из-за поломки комбайна комбайнер недовыполнил суточное задание на 12%. Сколько процентов суточного задания он выполнил?

1100. Восстановите «магические квадраты»:

а)

14		12
	15	
		16

б)

	9	
15	5	7

в)

		1,6
1,3	1,2	1,1

1101. Рассмотрите рисунок 6.3. Длина отрезка AD составляет 75% длины отрезка AB , а длина отрезка CB – 60% длины отрезка AB . Сколько процентов составляет длина отрезка CD от длины отрезка AB ?

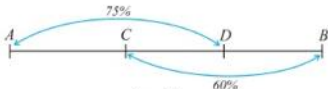


Рис. 6.3

1102. В классе мальчиков на 20% больше, чем девочек. Сколько процентов учащихся класса составляют мальчики и сколько – девочки?

1103. Упростите выражение и найдите его значение:

1) $0,9x + \frac{3}{4}x - 1,15x$ при $x = 3$;

2) $5\frac{3}{8}y + 2,25y - 1\frac{9}{16}y$ при $y = 4$;

$$3) 1\frac{5}{6}x - \frac{2}{3}x + 0,25x \quad \text{при } x = 6;$$

$$4) 6,12y + 1\frac{2}{5}y - 0,32y \quad \text{при } y = 5.$$

С

1104. Сколько процентов площади фигур, изображенных на рисунке 6.4 (а, б, в), закрашено?

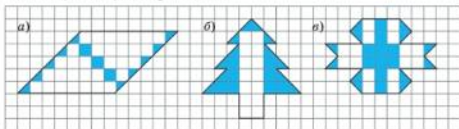


Рис. 6.4

1105. 1) Во сколько раз увеличится площадь прямоугольника, если ее увеличить на: а) 200%; б) 300%?

2) На сколько процентов надо увеличить площадь квадрата, чтобы она стала в 2 раза больше?

1106. Сколько процентов составит последняя цена товара, если первоначальную цену:

- 1) повысили на 5%; на 10%; на 15%;
- 2) понизили на 10%; на 15%; на 20%?

1107. На сколько процентов изменится площадь прямоугольника, если его длину уменьшить на 15%, а ширину увеличить на 20%?

1108. 1) На сколько процентов увеличится площадь квадрата, если его сторону увеличить на 30%?

2) На сколько процентов уменьшится площадь квадрата, если его сторону уменьшить на 10%?

1109. В первый месяц цена товара повысилась на 20%, а во второй месяц повышенная цена понизилась на 20%. На сколько процентов и как изменилась цена товара?

1110. В первый день Сауле прочитала 25% всех страниц книги. Во

второй день она прочитала на $\frac{3}{20}$ количества страниц больше, чем в первый день. Оставшуюся часть книги она прочитала в другие дни.

- Сколько процентов книги прочитала Сауле во второй день?
- Сколько процентов книги прочитала Сауле в другие дни?

1111. Молоко содержит 8% сливок, сливки содержат 25% жира. Сколько процентов жира содержит молоко?

1112. Мирас на доске написал числа, делящиеся на 3, и числа, делящиеся на 5. Числа, делящиеся на 3, составляют 50%, а числа, делящиеся на 5, составляют 70% от всех чисел, написанных Мирасом. Сколько процентов составляют написанные Мирасом на доске числа, делящиеся на 15?

1113*. Рыболовы ловили рыбу. Из выловленных рыб количество сазанов и судаков оказалось 37, щук и судаков – 19, окуней и щук – 25. Сколько сазанов и окуней поймали рыболовы?

- A. 43; B. 52; C. 48; D. 50.

Ключевые факты.

Процентом называется одна сотая часть целого.

1% – это $\frac{1}{100}$ от целого.

I. Чтобы перевести проценты в обыкновенную или десятичную дробь, надо число процентов разделить на 100.

Примеры: 1) $85\% = \frac{17}{20}$ (так как $\frac{85}{100} = \frac{17}{20}$);

2) $30\% = 0,3$. (так как $30 : 100 = 0,3$).

II. Чтобы обратить обыкновенную или десятичную дробь в проценты, ее надо умножить на 100.

Примеры: 1) $\frac{7}{20} = 35\%$ (так как $\frac{7}{20} \cdot 100 = 35$);

2) $0,38 = 38\%$ (так как $0,38 \cdot 100 = 38$).

▲ 1101. 35%. **1103.** 1) 1,5; 2) 24,25; 3) 8,5; 4) 36.

1105. 1) а) в 3 раза. 2) Надо увеличить на 100%.

1107. Увеличится на 2%. **1108.** 1) Увеличится на 69%.

1109. Понизилась на 4%. **1110.** Сауле во второй день прочитала 40% всех страниц книги. **1111.** 2% жира.



В парке 800 деревьев. Из них 25% составляют ели, 45% – сосны. Сколько елей и сколько сосен в парке?

Решение: По условию задачи какое число надо принять за 100%? Заполните пустые места и продолжите вычисление.

1) $800 : 100 = \bigcirc$;

2) $\bigcirc \cdot 25 = \triangle$;

3) $\bigcirc \cdot 45 = \square$.

По способу решения задачи сделайте вывод о нахождении процентов (25%, 45%) от данного числа (800).

6.2. Нахождение процентов от данного числа

? Задача 1.

Вода составляет 85% яблока. Сколько килограммов воды содержится в 4 кг яблок?

Запишите ответы на вопросы:

1) Какую величину надо принять за 100%?

2) Чему равен 1% от 4 кг яблок?

3) Чему равны 85% от 4 кг яблок?

Проверьте себя.

Решение.

1. 4 кг яблок – это 100% массы яблок. Масса Процент

2. $4 : 100 = 0,04$ (кг) – 1% от 4 кг яблок. 4 кг _____ 100%

3. $0,04 \cdot 85 = 3,4$ (кг) – 85% от 4 кг яблок. ? кг _____ 85%

Ответ: в 4 кг яблок содержится 3,4 кг воды.

Задачу можно решить, составив выражение: $(4 : 100) \cdot 85$.

$$(4 : 100) \cdot 85 = 4 \cdot \frac{85}{100} \text{ или } 4 \cdot 0,85$$

Процент, выраженный дробью

Значит, 85% от числа 4 находят умножением числа 4 на обыкновенную дробь $\frac{85}{100}$ или на десятичную дробь 0,85.

Если $a = 4$, $P = 85$, то решение задачи с помощью букв записывается так:

$$b = a \cdot \frac{P}{100}$$

Данное число Число процентов

↑
Число, соответствующее данному проценту

Это основная формула процентов.

Чтобы найти проценты от данного числа, надо:

- 1) *выразить проценты обыкновенной или десятичной дробью;*
- 2) *умножить данное число на эту дробь.*

Задача 2. На выставке представлены 60 кошек. Из них 20% составляют сиамские. Сколько сиамских кошек представлено на выставке?

Задачу можно решить, используя и обыкновенную дробь, и десятичную. Но удобнее вычислять с помощью десятичной дроби.

Решение (образец). Выразим проценты в виде обыкновенной дроби:



$$1) 20\% = \frac{20}{100} = \frac{1}{5};$$

$$2) 60 \cdot \frac{1}{5} = 12 \text{ (кошек).}$$

Выразим проценты в виде десятичной дроби:

$$1) 20\% = 0,2;$$

$$2) 60 \cdot 0,2 = 12 \text{ (кошек).}$$

Ответ: 12 кошек.

Научимся находить проценты от данного числа с помощью микрокалькулятора.

Пример 1. Найдём 20% от числа 45.

Чтобы найти 20% от числа 45, нужно нажать клавиши в таком порядке:

4 5 × 2 0 %

На индикаторе высветится число 9.

Итак, 20% от числа 45 равны 9.

Пример 2. Найдём число, которое на 30% больше числа 90, или найдём 130% от числа 90.

Для этого на микрокалькуляторе нужно нажать клавиши в таком порядке:

9 0 + 3 0 %

На индикаторе высветится число 117.

Значит, 130% от числа 90 равны 117.

Пример 3. Найдём число, которое на 15% меньше числа 56, или найдём 85% от числа 56.

Для этого на микрокалькуляторе нужно нажать клавиши в таком порядке:

5 6 - 1 5 %

На индикаторе высветится число 47,6. Значит, 85% от числа 56 равны 47,6.



1. Как найти проценты от числа?
2. Запишите основную формулу процента и расскажите, что означают входящие в нее буквы.
3. В каком порядке надо нажимать клавиши микрокалькулятора, чтобы найти $P\%$ от числа a ?

A

1114. Найдите:

- 1) 10% от чисел 30, 57, 125, 200, 250, 310;
- 2) 50% от чисел 16, 24, 72, 96, 114, 400;
- 3) 25% от чисел 28, 36, 68, 100, 232, 360.

1115. 11) В клубнике содержится 6% сахара. Сколько килограммов сахара содержится в 35 кг клубники?

2) В картофеле содержится 18% крахмала. Сколько килограммов крахмала содержится в 25 кг картофеля?

1116. 1) Вишневое варенье содержит 40% вишни, остальную часть варенья составляет сахар. Сколько килограммов сахара содержится в 8 кг вишневого варенья?

2) Морская вода содержит 95% воды, остальное – соль. Сколько тонн соли содержится в 6 т морской воды?

1117. В классе 30 учеников. Контрольную работу по математике 20% учеников класса написали на «5», 50% учеников – на «4». Сколько учеников класса написали контрольную работу на «5» и «4»?

1118. Найдите число b , которое составляет $P\%$ от числа a . Заполните таблицу.

Число a	15	80	120	7,5	9,6	$\frac{8}{15}$
$P\%$	8	40	75	20	50	75
Число b						

1119. Цена изделия повысилась на 12%. Какова цена изделия после повышения, если его первоначальная цена была:

- 1) 2000 тг;
- 2) 5000 тг;
- 3) 8000 тг?

1120. Цена холодильника понизилась на 15%. Какова цена после снижения, если его первоначальная цена:

- 1) 58 000 тг; 2) 62 000 тг; 3) 70 000 тг?

1121. Найдите:

- 1) 35% от 3,2 м; 8,6 дм; 6,4 см; 2) 62% от 9 т; 710 кг; 180 г.

1122. Вычислите с помощью микрокалькулятора:

- 1) 25% от 970; 16% от 310; 18% от 220;
 2) Найдите число, которое больше числа 36 на 15%; на 20%; на 30%;
 3) Найдите число, которое меньше числа 120 на 10%; на 25%; на 30%.

1123. Найдите значение выражения:

- Г. $(5,23 + 6,47) : 78$; А. $(6,25 + 0,18) \cdot 100$;
 Ц. $(6,51 - 4,16) : 0,47$; И. $(9,07 - 3,91) \cdot 0,25$;
 Й. $7,28 : (4,65 - 3,74)$; К. $7,74 : 5,16 \cdot 10$;
 М. $9,5 : (3,54 + 1,46)$; Н. $0,34 \cdot (27,17 : 4,18)$.

1,9	643	0,15	2,21	1,29	5	15	1,29	8

Если вы правильно запишете в таблице под ответами буквы, стоящие рядом с соответствующими выражениями, то вы прочитаете фамилию автора первого русского учебника математики «Арифметика, сиречь наука числительная».

В

1124. Детская игрушечная машинка, цена которой равна 420 тг, уценена на 15%. Для детского сада купили 7 машинок по сниженной цене. Сколько тенге было сэкономлено?

1125. Ширина прямоугольника 6 см, а длина на 75% больше ширины. Найдите площадь прямоугольника.

1126. В бронзе 85% меди, остальное – олово. На сколько килограммов больше меди, чем олова, содержится в 5 кг бронзы?

1127. Периметр треугольника ABC равен 24 см. Длина стороны AB составляет 35%, а длина стороны BC – 25% периметра треугольника. Найдите длину стороны AC.

1128. В селе 620 домов. В 80% домов есть собака, в 50% – кошка. В скольких домах есть и собака, и кошка?

1129. Банк начисляет на вклад ежегодно 5% от внесенной суммы. Клиент сделал вклад в размере 3 750 000 тг. Какая сумма будет на его счету через год?

1130. Длина прямоугольника уменьшилась на 20%. На сколько процентов надо увеличить ширину, чтобы площадь прямоугольника не изменилась?

1131. Райхан увеличила число 145 на 60%, а затем нашла 25% этого числа. Какое число получилось?

A. 58; B. 42; C. 52; D. 49.

C

1132*. В саду нарциссов на 20% меньше, чем роз, а цветов жасмина на 25% меньше, чем нарциссов. На сколько процентов жасмина меньше, чем роз?

1133. Площадь квадрата и треугольника вместе равна 15 см^2 . Площадь квадрата на 50% больше, чем площадь треугольника. Чему равна сторона квадрата?

1134. Назерке принесла в комнату 5 ваз с цветами. Вдоль каждый стены она поставила по 2 вазы. Как она это сделала?

В случае простого процентного роста процент каждый раз начисляют, исходя из начального значения величины.

1135. Решите задачу, используя формулу простого процентного роста.

В банк вложены S тг, месячный прирост которых составляет $P\%$. Какая сумма будет на счете через n месяцев?

1) $P = 3$; $S = 2\,000\,000$ тг;
 $n = 4$.

2) $P = 8$; $S = 3\,000\,000$ тг;
 $n = 3$.

Формула простого процентного роста $S_n = S \left(1 + \frac{Pn}{100} \right)$.

Используем эту формулу для вычисления процентного роста вложенных в банк денег.

S – первоначальный вклад;

P – прирост в процентах;

n – количество единиц времени (месяцев, лет);

S_n – сумма, полученная после процентного роста.

1136. Вкладчик внес на счет в банке 4 800 000 тенге с годовым приростом 7%. Сколько тенге будет на счету клиента через 2 года?
1137. В первый год в фермерском хозяйстве с каждого гектара собрали 75 ц картофеля. Во второй год – на 20% больше, чем в первый, а в третий год – на 15% больше, чем во второй. Сколько центнеров картофеля собрали в фермерском хозяйстве в третий год?
1138. Туристы преодолели расстояние 180 км. Из них 40% пути они проехали на автомашине, 95% оставшегося пути – на мотоцикле, а остальную часть пути они прошли пешком. Сколько километров туристы прошли пешком?
1139. В тексте глаголы составляют 35% всех слов текста, имена существительные – 80% глаголов, имена прилагательные – 75% имен существительных. Имена числительные и предлоги составляют остальную часть слов текста. Сколько процентов составляют имена числительные и предлоги?

1140. Вычислите:

$$1) \left(3,65 - 2\frac{3}{4} \right) : 3 + \frac{17}{40} \cdot 12; \quad 3) \left(15\frac{1}{3} - 8\frac{5}{18} \right) \cdot 2\frac{4}{7} : 6\frac{1}{21} - 2\frac{5}{8};$$

$$2) \left(9,4 + 1\frac{17}{20} \right) : 1\frac{7}{8} + 24 \cdot \frac{3}{8} \quad 4) 8,25 : 1,1 - \left(3 - 2,8 \cdot \frac{3}{7} \right) : 0,6.$$

- *1141. Используя источники ИКТ, запишите площадь (в млн км²) поверхности земного шара. Вода занимает 71% всей поверхности земного шара. Вычислите площадь суши на земной поверхности.

Ключевые факты.

Чтобы найти заданное число процентов от данного числа, нужно проценты выразить дробью (обыкновенной или десятичной), а затем данное число умножить на эту дробь.

Примеры: 1) 20% от числа 75.

$$20\% = \frac{1}{5}; \quad 75 \cdot \frac{1}{5} = 15.$$

2) Найти 155% от числа 214.

$$115\% = 1,15; \quad 214 \cdot 1,15 = 246,1.$$

- ▲ 1124. 441 тг. 1125. 63 см². 1126. Больше на 3,5 кг.
1128. В 186 домах есть и собака, и кошка.
1130. Увеличить на 25%. 1132. На 40%.
1135. 1) 2 240 000 тг. 1136. 5 472 000 тг. 1137. 103,5 ц.
1138. 5,4 км. 1139. 16%. 1140. 3) $\frac{3}{8}$; 4) 4,5.



Исторические сведения

С помощью процентов можно определить изменение значения величин и сравнивать части целых величин между собой.

Первые понятия о процентах появились в Индии (V век). Во времена, когда в Вавилоне использовали шестидесятичную систему счисления, вавилонские ростовщики начисляли рост денег, выданных в долг, с помощью шестидесятичной части долга. Позднее, в связи с установлением десятичной системы счисления, рост денег, выданных в долг, вычисляли с помощью одной сотой части величины.

Известно, что слово «процент» произошло от латинских слов *pro centum*. В рукописях *pro centum* часто заменяли словом «cento» (сто) и писали его сокращенно – *cto*. В книге об указаниях к коммерческой арифметике, изданной в Париже в 1685 году, наборщики вместо слова *cto* набрали %. После этой ошибки стали использовать для обозначения процента знак %. Впервые таблицу процентов ввел в своей книге «Арифметика» нидерландский математик Симон Стевин (1584).

В связи с развитием промышленности и торговли полностью сформировалось вычисление процентов при сравнении величин, при оценке изменений величин, при обозначении роста.



При вычислениях в промышленности и народном хозяйстве часто встречаются задачи на нахождение числа по данному проценту. Научитесь решать такую задачу.

В магазине было продано 560 кг овощей. Это составляет 70% всего количества овощей в магазине. Сколько килограммов овощей было в магазине первоначально?

Прежде чем решить эту задачу, ответьте на вопросы:

1) Если 560 кг овощей составляют 70%, то сколько килограммов составляет 1%?

2) Если первоначальное количество всех овощей в магазине составляет 100%, то какова масса всех овощей, привезенных в магазин?

Ответ: 800 кг.

6.3. Нахождение числа по его процентам

Нахождение значения (100%-ного) величины, если известна ее часть, составляющая данное число процентов, называют нахождением числа по его процентам.

? Задача 1.

В начальных классах школы учатся 480 учеников, что составляет 60% всех учеников школы. Сколько всего учеников учится в школе?

Подсказка.

- 1) Вычислите количество учеников, соответствующее 1%.
- 2) Найдите количество учеников, соответствующее 100%.

Проверьте себя.

Решение:

1) $480 : 60 = 8$ (учеников) – количество учеников, соответствующее 1%.

2) $8 \cdot 100 = 800$ (учеников) – количество учеников в школе.

Ответ: 800 учеников.

Количество учеников	Процентов
480	60%
?	100%

Задачу можно решить, составив выражение: $(480 : 60) \cdot 100$.

$$480 : 60 \cdot 100 = 480 \cdot \frac{100}{60}, \text{ или } \overbrace{480 : \frac{60}{100}}^{\text{число, процент которого задан}} = 480 : 0,6.$$

процент, выраженный дробью

Значит, разделив число 480 на обыкновенную дробь $\frac{60}{100}$ или на десятичную дробь 0,6, можно найти его значение, соответствующее 100%.

Если $b = 480$, $P = 60$, то решение задачи с помощью букв записывается так:

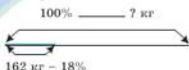
$$a = b : \frac{P}{100}$$

число, процент которого задан ← число процентов
↑
число, соответствующее 100% (искомое число)

Чтобы найти число по его процентам, надо:

- 1) выразить проценты обыкновенной или десятичной дробью;
- 2) разделить данное число на эту дробь.

Задача 2. В сахарной свекле содержится 18% сахара. Сколько килограммов сахарной свеклы нужно для получения 162 кг сахара?



Решение (образец):

По условию задачи, 162 кг сахара составляют 18%. Представим проценты в виде обыкновенной дроби.

$$1) 18\% = \frac{18}{100} = \frac{9}{50}; \quad 2) 162 : \frac{9}{50} = \frac{162 \cdot 50}{9} = 900 \text{ (кг)}.$$

Представим проценты в виде десятичной дроби.

$$1) 18\% = 18 : 100 = 0,18;$$

$$2) 162 : 0,18 = 900 \text{ (кг)}.$$

Ответ: 900 кг.

Научимся находить число по его проценту с помощью микрокалькулятора.

Например, чтобы найти число, 25% которого равно 175, надо нажать клавиши по порядку:

1 7 5 ÷ 2 5 %

На индикаторе (на экране) высветится число 700. Значит, 700 – это число, 25% которого равны 175.



1. Как найти число по его проценту?

2. В каком порядке надо нажать клавиши микрокалькулятора, чтобы найти число a , $P\%$ которого равны числу b ?

1142. Найдите (устно) число, если:

- 1) 1% его равен 8; равен 2,6;
- 2) 2% его равны 6; равны 3,4;
- 3) 10% его равны 0,8; равны 2,2;
- 4) 20% его равны 12; равны 30;
- 5) 25% его равны 8; равны 12;
- 6) 50% его равны 90; равны 0,3.

A

1143. Найдите число:

- 1) 3% которого равны 12; 15; 21; 24; 36;
- 2) 10% которого равны 0,4; 8,5; 9,25; 12,7; 28;
- 3) 60% которого равны 42; 72; 84; 102; 114;

1144. 1) Фермер посадил на площади 72 га яблони, что составляет 40% от всей площади хозяйства. Сколько гектаров занимает площадь хозяйства фермера?
2) В школьной библиотеке 2890 учебников, что составляет 85% всех книг, имеющихся в библиотеке. Сколько всего книг в школьной библиотеке?
3) В классе 12 девочек. Это составляет 40% всех учеников класса. Сколько всего учеников в классе?
1145. Мастер изготовил 295 деталей, перевыполнив план на 18%. Сколько деталей должен был изготовить мастер по плану?
1146. После уценки на 10% цена холодильника стала 72 900 тг. Какова цена холодильника до уценки?
1147. Турист выехал из пункта А в пункт В. Когда он проехал 74% расстояния, ему осталось преодолеть еще 65 км. Найдите расстояние между пунктами А и В.
1148. Продавец, продав овощи на сумму 14 758 тг, понес убытки на 6%. На какую сумму продавец купил овощи?
1149. Найдите с помощью микрокалькулятора число, если:
- | | |
|------------------------|-------------------------|
| 1) 12% его равны 10,8; | 4) 60% его равны 45; |
| 2) 15% его равны 8,4; | 5) 110% его равны 93,5; |
| 3) 40% его равны 22,4; | 6) 180% его равны 64,8. |
- 1150°. Три года назад сумма возрастов брата и сестры равнялась 15 годам. Чему будет равна сумма их возрастов через 9 лет?

В

1151. Найдите величину:
- | |
|--------------------------------------|
| 1) 12% которой равны 18 м; 75 м; |
| 2) 8% которой равны 56 кг; 4 кг; |
| 3) 15% которой равны 12 см; 2,7 см; |
| 4) 24% которой равны 9,6 т; 42 т; |
| 5) 35% которой равны 21 км; 11,2 км; |
| 6) 75% которой равны 15 ц; 90 ц. |
1152. Какое натуральное число при повышении на 40% увеличится на 3,2?

1153. Ширина прямоугольника равна 6 см. Это составляет 75% его длины. Найдите площадь прямоугольника.

1154. Шофер перевез 133,4 т пшеницы за 5 дней, перевыполнив план на 15%. На сколько больше тонн пшеницы перевез шофер за один день, чем должен был перевозить по плану?

1155. Способом перебора пар делителей найдите корень уравнения, выраженный натуральным числом.

$$x \cdot (x + 5) = 36; \quad x \cdot (x - 11) = 42; \quad x \cdot (x + 1) = 56.$$

1156. Автотуристы в первый день проехали 36%, во второй день – 39% намеченного пути, а в третий день – оставшиеся 180 км. Сколько всего километров проехали автотуристы?

1157. На трех полках стоят книги. На первой полке $\frac{1}{4}$ всех книг, на второй полке 40% всех книг, а на третьей полке 28 книг. Сколько всего книг находится на трех полках?

1158. Алюминий составляет 80% сплава, остальное – медь. Алюминия в сплаве на 300 г больше меди. Какова масса сплава?

1159. Сократите:

$$1) \frac{12 \cdot 35 \cdot 72}{25 \cdot 54 \cdot 28}; \quad 2) \frac{62 \cdot 5 + 62 \cdot 15}{31 \cdot 35 - 31 \cdot 15}; \quad 3) \frac{5a + 6a + 7a}{24a - 15a}.$$

С

1160. Сравните:

- 1) число, 15% которого равны 60, и число, 60% которого равны 15;
- 2) число, 20% которого равны 16, и число, 16% которого равны 20;
- 3) число, 4% которого равны 20, и число, 8% которого равны 40;
- 4) число, 35% которого равны 56, и число, 56% которого равны 35.

1161*. Найдите число, если:

- 1) 5% его равны 40% от 12; 4) 90% его равны 15% от 240;

- 2) 75% его равны 30% от 80; 5) 40% его равны 20% от 320;
3) 20% его равны 25% от 72; 6) 150% его равны 30% от 25.

1162. В октябре цена помидоров возросла на 25% по сравнению с ценой помидоров в августе, а в ноябре новая цена возросла на 40% и стала равна 140 тенге. Сколько тенге составляла цена помидоров в августе?

- A. 80 тг; B. 75 тг; C. 90 тг; D. 60 тг.

1163. Сначала цена костюма возросла на 5%, а потом снизилась на 20%. После этого цена костюма стала равна 8400 тг. Какова первоначальная цена костюма?

1164. На покраску пола в первой комнате истратили 40% краски, во второй – 60% оставшейся краски, а в третьей – остальные 1,8 кг краски. Сколько килограммов краски использовали для покраски пола в трех комнатах?

1165. Рис содержит 75% крахмала, а овес – 60%. Сколько надо взять овса, чтобы в нем содержалось столько же крахмала, сколько его содержится в 9 кг риса?

1166. Мирасу 9 лет. Его возраст составляет 25% возраста отца, а возраст отца – 60% возраста бабушки. Сколько лет бабушке Мираса?

1167*. На сахарный завод привезли 425 ц сахарной свеклы. Из некоторого количества сахарной свеклы получили 19% сахара, а из оставшейся свеклы – 16% сахара. Всего получили 74 ц сахара. Найдите массу сахарной свеклы, из которой получили 19% сахара.

- A. 280 ц; B. 250 ц; C. 200 ц; D. 210 ц.

1168*. За первый час катер проплыл 30% намеченного пути, за второй – 60% оставшегося пути, за третий час – оставшуюся часть пути. За второй час катер проплыл на 7,7 км больше, чем за третий. Сколько всего километров проплыл катер?

1169*. Решите задачу рациональным способом.

В первый день ученик прочитал 20% числа страниц книги и

еще 8 страниц. Во второй день – 40% оставшихся страниц книги и еще 8 страниц. Когда в третий день он прочитал 20% оставшегося количества страниц, то ему осталось прочитать еще 32 страницы.

- Сколько всего страниц в книге?
- Сколько страниц прочитал ученик в первый день?

1170. Выполните действия:

$$1) \frac{\left(7\frac{3}{20} - 5\frac{1}{12}\right) \cdot 1,5}{6\frac{3}{7} \cdot 1,4 : 1,8};$$

$$2) \frac{\left(5,7 : 0,3 - 8\frac{1}{3}\right) \cdot 0,75}{\left(2\frac{1}{8} + 1,75\right) : 15,5}.$$

Ключевые факты.

Чтобы найти число по его процентам, надо проценты выразить дробью (обыкновенной или десятичной) и разделить на эту дробь число, соответствующее данному проценту.

Примеры: 1) Найти число, если 30% его составляют 75.

$$30\% = \frac{3}{10}; \quad 75 : \frac{3}{10} = \frac{75 \cdot 10}{3} = 250.$$

2) Найти число, если 140% его равны 182.

$$140\% = 1,4; \quad 182 : 1,4 = 130.$$

- ▲ **1147.** 250 км. **1150.** 39 годам. **1152.** Число 8. **1154.** 3,48 т.
1158. 500 г. **1160.** 1) 400 > 25. **1161.** 1) 96; 3) 90; 6) 5.
1163. 10 000 тг. **1164.** 7,5 кг. **1165.** 11,25 кг. **1166.** 60 лет.
1168. 55 км. **1169.** В книге всего 110 страниц. В первый день прочитал 30 страниц. **1170.** 1) 0,62; 2) 32.

Упражнения для повторения главы VI.

Задачи на проценты

A

1171. В классе 28 учеников, 75% из них занимаются спортом. Сколько спортивных учеников в классе?

1172. Спортом занимаются 18 учеников. Это составляет 60% всех учеников класса. Сколько всего учеников в классе?

1173. При сушке груши теряют 80% своей массы. Сколько килограммов сушеных груш получится из 30 кг свежих?

1174. Олово составляет 10% бронзы, остальное – медь. Сколько килограммов меди надо взять, чтобы получилось 28 кг бронзы?
1175. Как изменится произведение, если первый множитель увеличить на 30%, а второй – уменьшить на 30%?

В

1176. Цена товара 760 тг.
- 1) Цена товара повысилась на 15%. Какова его последняя цена?
 - 2) Цена товара снизилась на 30%. Какова его последняя цена?
1177. Собственная скорость катера 15,3 км/ч, а скорость течения реки 2,4 км/ч. За 2 ч катер по течению реки преодолел 30% расстояния между пристанями А и В. Чему равно расстояние между пристанями А и В?
- А. 120 км; В. 118 км; С. 125 км; D. 110 км.
1178. Первоначальная цена одного метра ткани 600 тг. Цена ткани в первый раз понизилась на 10%, а во второй раз новая цена понизилась на 20%. Сколько тенге стоят 3 м ткани по последней цене?
1179. Автобус преодолел за первый час 40% пути, осталось еще 90 км. Какова длина всего намеченного пути?
1180. Товар стоимостью 3750 тенге в первый раз подешевел на 14%, а во второй раз новая цена подорожала на 8%. Какова последняя цена товара?

С

1181. Стоимость санок в январе составила 6400 тг. В феврале их цена снизилась на 15%, а в марте новая цена снизилась еще на 20%. Какой стала цена санок в марте? Сколько тенге сэкономит покупатель, если купит санки не в январе, а в марте?

1182. В нефтехранилище привезли 30 цистерн с нефтью, в каждой из которых было по $16\frac{1}{2}$ т нефти. В первый день на перерабатывающий завод отправили 30% всего количества нефти, а во второй день – 80% оставшегося количества. Сколько тонн нефти осталось в нефтехранилище?

1183*. Садоводы на участке земли площадью 850 га посадили саженцы деревьев. Саженцы березы занимают 60% всей площади, саженцы тополя – 70% остатка, а саженцы сосны – $\frac{2}{3}$ нового остатка. На оставшейся площади садоводы посадили фруктовые деревья. Какую площадь занимают фруктовые деревья?

A. 38 га;

B. 34 га;

C. 32 га;

D. 35 га.

1184*. Предприниматель разместил деньги в сумме 3 000 000 тг в банк на два депозита. По одному депозиту доходность 5% в год, а по другому 4%. В конце года получили 3 138 000 тенге. Сколько тенге положили на счет, процентный рост которого составляет 5%?



1174. 25,2 кг. **1175.** Уменьшится на 9%. **1178.** 1296 тг.

1179. 150 км. **1180.** 3483 тг. **1181.** 2048 тг.

1182. 69,3 т. **1184.** 1 800 000 тг.



Углы часто встречаются в повседневной жизни, в окружающей нас среде. Сколько углов имеет классная доска? Сколько углов имеет стол, за которым вы сидите?

Отметьте в тетради точку O , начертите угол. Сколько сторон и сколько вершин имеет угол? Можно ли сравнивать углы?

Глава VII. УГЛЫ. МНОГОУГОЛЬНИКИ

7.1. Угол. Градусная мера угла

I. Угол

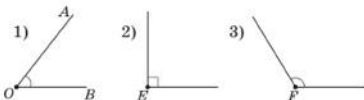


Рис. 7.1

На рисунке 7.1 изображены фигуры, называемые *углами*.



Ответьте на вопросы:

1. Что общего в этих рисунках?
2. Как можно сформулировать определение угла?
3. Что такое сторона угла?
4. Что такое вершина угла?

Проверьте себя.

1. На каждом рисунке изображены два луча, имеющие общее начало.

2. Угол – это фигура, образованная двумя лучами, имеющими общее начало.

3. Лучи, образующие угол, называют сторонами угла.

Для первого угла: лучи OA и OB – стороны угла AOB .

4. Точку, от которой начинаются лучи, называют вершиной угла.

Точка O – вершина угла AOB .

Обозначить угол можно двумя способами:

1. Тримя заглавными буквами, причем буква, обозначающая вершину угла, пишется в середине – угол AOB .

2. Одной большой буквой, поставленной у вершины угла, – угол E .

При обозначении угла вместо слова «угол» пишут знак « $\angle$ ».

Углы, изображенные на рисунке 7.1, пишутся: $\angle AOB$.

Читают: «угол AOB »; $\angle E$. Читают: «угол E ».

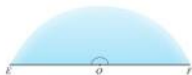


Рис. 7.2

Два дополнительных друг друга луча образуют **развернутый угол** (рис. 7.2).

Лучи, на которые точка разбивает прямую, называют **дополнительными лучами**.

$\angle EOF$ – развернутый угол. Точка O – вершина угла. Лучи OE и OF – стороны угла.

II. Градусная мера угла

Угол, равный $\frac{1}{180}$ доле развернутого угла, принят за единицу измерения угла, называемую **градусом**.

1 градус – это единица измерения углов.

Градусы обозначают знаком « $^\circ$ ». Например, 1° читают: «один градус».

Величину угла, выраженную в градусах, называют градусной мерой угла.

Градусная мера развернутого угла равна 180° .

На рисунке 7.3 изображен угол EOK и луч OF , делящий его на два равных угла. $\angle EOK = 52^\circ$. $\angle EOF = 26^\circ$, $\angle FOK = 26^\circ$.

Такой луч называется **биссектрисой угла**.

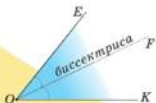


Рис. 7.3

Луч OF – биссектриса угла EOK . Слово «биссектриса» – латинское, происходит от *bis* и *seco*, что означает «надвое рассекающая».

На рисунке 7.4. изображены углы ABD , DBC и ABC .

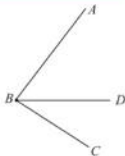


Рис. 7.4

Углы ABC и DBC имеют общую вершину – точку B и общую сторону BD . Угол ABC является суммой углов ABD и DBC . Пишутся: $\angle ABC = \angle ABD + \angle DBC$. Если $\angle ABD = 55^\circ$; и $\angle DBC = 30^\circ$, то $\angle ABC = 55^\circ + 30^\circ = 85^\circ$, $\angle ABC = 85^\circ$.



1. Какую геометрическую фигуру называют углом? Как обозначают углы?
2. Что называют сторонами угла, вершиной угла?
3. Как называется единица измерения углов?
4. Что называют биссектрисой угла?
5. Какой угол называют развернутым?

1185. Дан угол NOP (рис. 7.5). Назовите точки, принадлежащие углу NOP , и точки, ему не принадлежащие.

А

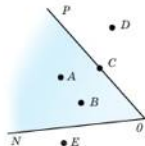


Рис. 7.5

1186. Назовите углы, изображенные на рисунке 7.6. Запишите их обозначения.

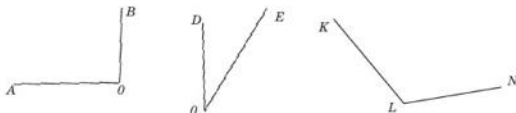


Рис. 7.6

1187. Начертите лучи PS и ST так, чтобы эти лучи были дополнительными. Обозначьте полученный развернутый угол. Назовите стороны угла и его вершину.

1188. Начертите лучи AB , AC и AD . Запишите названия полученных трех углов, сторонами которых являются эти лучи.

1189. По рисунку 7.7 (а, б) найдите градусную меру угла DOF .

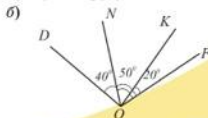
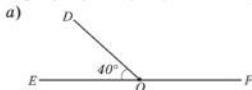


Рис. 7.7

1190. 1) Луч OC – биссектриса угла AOB . $\angle AOC = 45^\circ$. Определите градусную меру угла AOB (рис. 7.8).

2) Угол, который образует биссектриса с одной стороной угла, равен 35° . Чему равен данный угол?

В

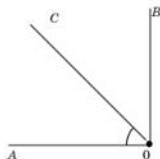


Рис. 7.8

1191. Какой угол образуют минутная и часовая стрелки часов в 6 часов? Как называется такой угол?

1192. Решите задачу с помощью уравнения. Угол MOK равен 120° (рис. 7.9). Внутри угла проведен луч OD . Угол MOD больше угла DOK на 50° . Сколько градусов содержит угол DOK ?



Рис. 7.9

1193. На рисунке 7.10 $\angle EOP = 110^\circ$ и $\angle NOF = 130^\circ$. Найдите градусную меру угла NOP .

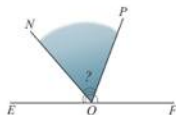


Рис. 7.10

1194. Луч OD проходит между сторонами угла EOF . $\angle EOF = 90^\circ$ (рис. 7.11). $\angle EOD$ меньше угла DOF в 2 раза. Найдите $\angle EOD$ и $\angle DOF$.

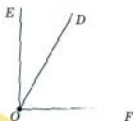


Рис. 7.11

1195. На рисунке 7.12 изображен угол EOD с градусной мерой 80° , $\angle AOE = \angle DOB$. Найдите градусную меру угла AOE .

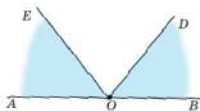


Рис. 7.12

1196.* Часы показывают время 1 час 25 минут. Сколько градусов составляет угол между часовой и минутной стрелками?

1197. На рисунке 7.13 $\angle AOB = 50^\circ$, $\angle BOC = 70^\circ$. Найдите градусную меру угла, образованного биссектрисами углов AOB и BOC .

А. 55° ; С. 60° ;

В. 48° ; D. 65° .

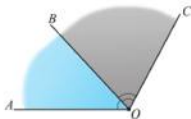


Рис. 7.13

1198. На рисунке 7.14 изображены $\angle AOB = 110^\circ$ и лучи OC , OD . $\angle AOD = 80^\circ$, $\angle COB = 50^\circ$. Найдите градусную меру угла COD .

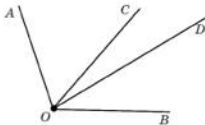


Рис. 7.14

1199. Угол DOB составляет 25% угла AOB . Угол EOD больше угла DOB на 15° (рис. 7.15). Найдите градусную меру AOE .

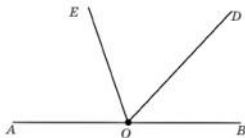


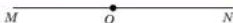
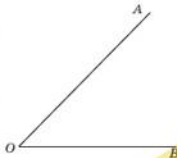
Рис. 7.15

Ключевые факты.

1. Угол — это два луча с общим началом. Лучи называют сторонами угла, а их общее начало — вершиной угла.

Например, $\angle AOB$, где лучи OA и OB — стороны угла, а точка O — вершина угла.

2. Противоположные лучи составляют развернутый угол (см. рисунок).



$\angle MON$ – развернутый. O – вершина угла. OM и ON – стороны угла.

3. Градус – это $\frac{1}{180}$ доля развернутого угла.

Развернутый угол равен 180° .

▲ 1192. $\angle DOK = 35^\circ$. 1195. $\angle AOE = 50^\circ$. 1196. $107,5^\circ$.
1198. $\angle COD = 20^\circ$. 1199. $\angle AOE = 75^\circ$.



Краткие сведения о градусе

Слово «градус» – происходит от латинского слово *gradus*, которое означает *шаг, ступень*.

Еще ученые Вавилона 2500 лет тому назад в работах, связанных с исследованием небесных тел, угол измеряли в градусах. Вычисление углов проводили в одной из систем исчисления тех времен – в позиционной шестидесятичной системе.

Поэтому $\frac{1}{60}$ доля одного градуса называется *минутой*. Пишут:
 $1^\circ \cdot \frac{1}{60} = 1 \text{ минута} = 1'$.

Пример 1. 5 минут записывают $5'$. Точно так же $\frac{1}{60}$ доля одной минуты называется *секундой*. Пишут: $1' \cdot \frac{1}{60} = 1 \text{ секунда} = 1''$.

Пример 2. Запись 10 секунд – $10''$. Следовательно, $1' = 60'$; $1' = 60''$; $1^\circ = 3600''$.

Градус, минуты и секунды – старинные единицы измерения.

Пример 3. $\angle AOB = 35^\circ 20' 15''$. Читают: «угол AOB равен 35 градусам 20 минутам 15 секундам».

Пример 4. $12'30'' = 12,5'$; $18'15'' = 18,25'$ ($30 = 60 \cdot 0,5$; $15 = 60 \cdot 0,25$).



1. Измерьте с помощью транспортира угол EOD .



2. Как можно начертить: $\angle ABC = 170^\circ$?

7.2. Транспортир. Измерение и построение углов

I. Транспортир.

Транспортир состоит из линейки и полуокружности (рис. 7.16). Центр полуокружности на линейке отмечен черточкой (штрихом). На полуокружности начерчена градусная шкала, которая начинается с 0° до 180° . Каждое деление на шкале транспортира равно 1° .

Кроме делений по 1° , на транспортире есть еще деления по 5° и по 10° .

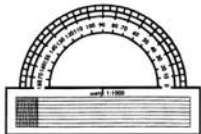


Рис. 7.16

II. Измерение и построение углов.

1. *Транспортир применяют для измерения углов.*

Пример 1. Измерим величину угла AOB (рис. 7.17).

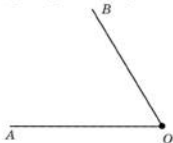


Рис. 7.17

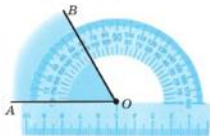


Рис. 7.18

Решение.

Чтобы измерить угол AOB , наложим на него транспортир так, как показано на рисунке 7.18.

Вершина O угла AOB должна совместиться с центром транспортира, а сторона OA проходит через начало отсчета на шкале. Тогда сторона OB укажет величину угла в градусах. $\angle AOB = 60^\circ$.

Ответ: $\angle AOB = 60^\circ$.

2. *Транспортир применяют и для построения угла с заданной градусной мерой.*

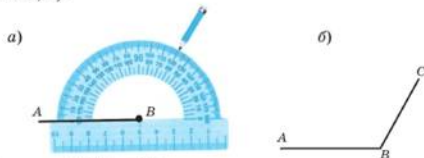
Пример 2. Построим угол ABC с градусной мерой 120° .

Решение.

Начертим луч BA . Наложим транспортир так, чтобы его центр

совпал с точкой B (рис. 7.19, а) – началом луча BA , а луч BA прошел через начало отсчета. Поставим точку C против штриха с отметкой 120° . Проведем луч BC . Мы построили угол ABC .

Градусная мера построенного угла ABC равна 120° ; $\angle ABC = 120^\circ$ (рис. 7.19, б).



Ответ: $\angle ABC = 120^\circ$.

Рис. 7.19



1. Для чего служит транспортир?
2. На сколько делений разделена шкала транспортира?
3. Как найти градусную меру угла, используя транспортир?
4. Расскажите, как построить углы с заданной градусной мерой с помощью транспортира.

1200. Вычислите (устно):

$$\begin{array}{r} 7 \\ : 1,4 \\ + \frac{3}{5} \\ \cdot 2 \\ + 0,8 \\ \hline ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ - 3,8 \\ + \frac{4}{5} \\ : 4 \\ + 3,5 \\ \hline ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ : 4 \\ + \frac{3}{4} \\ \cdot 3,5 \\ - 2,8 \\ \hline ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ : 4 \\ + 2\frac{1}{2} \\ \cdot 0,8 \\ - 1,2 \\ \hline ? \end{array}$$

A

1201. Измерьте транспортиром углы, изображенные на рисунке 7.20, и запишите их градусные меры:

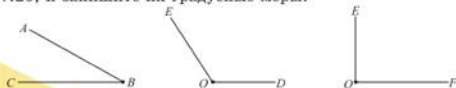


Рис. 7.20

1202. 1) Построив угол AOB , измерьте его градусную меру и запишите результат измерений.
 2) Постройте с помощью транспортира $\angle AOB = 30^\circ$; $\angle DEF = 45^\circ$; $\angle KLN = 140^\circ$.

1203. Постройте угол DOE с градусной мерой 120° . Лучами OF и OL разделите его на 3 равных угла. Определите градусную меру угла FOL .

1204. На рисунке 7.21 изображен треугольник ABC . Измерьте каждый его угол. Вычислите сумму градусных мер всех углов данного треугольника.



Рис. 7.21

1205. Вставьте вместо звездочек цифры, чтобы получились верные равенства:

1) $\frac{7}{*} - \frac{*}{4} = \frac{1}{8}$;

2) $\frac{7}{*} + \frac{3}{*} - \frac{4}{5} = \frac{1}{2}$.

В

1206. Часы показывают 2 ч (рис. 7.22). Какое время покажут часы, если минутная стрелка повернется:

1) на 90° ?

2) на 180° ?



Рис. 7.22

1207. Угол AOB равен 87° . Внутри данного угла проведен луч OC . Найдите градусную меру угла AOC , если $\angle BOC = 52^\circ$. Начертите в тетради рисунок по условию задачи.

1208. Измерьте углы KOL , KON и NOL (рис. 7.23). Докажите, что $\angle KOL - \angle KON = \angle NOL$.

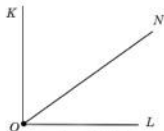


Рис. 7.23

1209. Выберите верное утверждение:

1) Величина угла зависит от длины его сторон.

2) Луч делящий угол пополам, называется биссектрисой угла.

3) Стороны угла — лучи.

- 4) Величина угла не зависит от длины его сторон.
5) Стороны угла – отрезки.

1210. Измерьте каждый угол четырехугольника, изображенного на рисунке 7.24. Найдите значение суммы:
 $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D$.

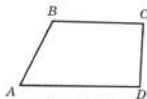


Рис. 7.24

1211. Упростите выражение и найдите его значение:

- 1) $2(x + 7) + 4x$ при $x = 5$; 3) $1,5(y + 9) + 3,5$ при $y = 4$
2) $9(3 - y) + 15$ при $y = 2$; 4) $\frac{3}{4}(x - 6) + 2$ при $x = 8$.

С

1212. По рисунку 7.25 определите градусные меры углов EOK , KOL , LON , NOF . Докажите, что $\angle EOK + \angle KOL + \angle LON + \angle NOF = 180^\circ$.



Рис. 7.25

1213. На рисунке 7.26 изображены две взаимно пересекающиеся прямые a и b . Пользуясь транспортиром, измерьте градусную меру угла 1. Вычислите градусные меры углов: $\angle 2$; $\angle 3$ и $\angle 4$. Запишите пары равных углов.

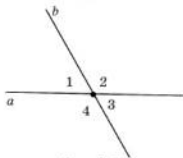
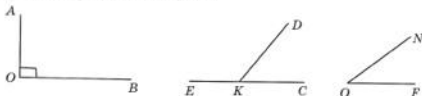


Рис. 7.26

- 1214.* 1) Сколько градусов составляет угол между минутной и часовой стрелками в 9 часов 10 минут?
A. 145° ; C. 130° ;
B. 150° ; D. 125° .
2) Сколько градусов составляет угол между минутной и часовой стрелками в 10 часов 34 минуты?
A. 145° ; B. 113° ; C. 160° ; D. 135° .
- 1215°. Поезд длиной 480 м проезжает мимо семафора за 32 секунд, а мост проезжает за 52 секунд. Сколько метров составляет длина моста?
A. 400 м; B. 350 м; C. 300 м; D. 380 м.



1) С помощью транспортира измерьте углы AOB , EKD и NOF и запишите их градусные измерения.



2) Сравните угол AOB с углом EKD и с углом NOF и запишите со знаком « $<$ » или « $>$ ».

3) Какой из углов: EKD или NOF больше угла AOB ? Меньше угла AOB ?

7.3. Сравнение углов. Виды углов. Чертежный треугольник

I. Сравнение углов.

Как и все геометрические фигуры на плоскости, углы сравниваются с помощью наложения.

Если при наложении одного угла на другой они совместятся, то эти углы равны.

$\angle 1$ и $\angle 2$ – равные углы (рис. 7.27). Равные углы обозначаются одинаковым количеством дужек, соединяющих их стороны.

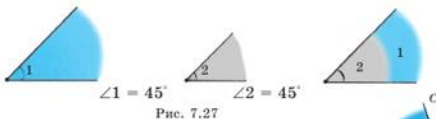


Рис. 7.27

Пишутся: $\angle 1 = \angle 2$.

Равные углы имеют равные градусные меры.

На рисунке 7.28 углы AOB и AOC наложены друг на друга. Видно, что угол AOB меньше угла AOC , так как он полностью оказался внутри угла AOC .

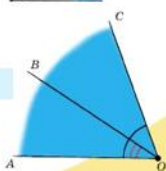


Рис. 7.28

$$\angle AOB = 30^\circ; \quad \angle AOC = 70^\circ.$$

Пишут: $\angle AOB < \angle AOC$ или $\angle AOC > \angle AOB$.

Из двух углов больше (меньше) тот, который имеет большую (меньшую) градусную меру.

II. Виды углов.

Начертим на листе бумаги развернутый угол AOB , как на рисунке 7.29. Развернутый угол можно разделить на два равных угла. Для этого сложим лист так, чтобы стороны OA и OB развернутого угла совпали. Каждый из полученных углов называют **прямым**.

Угол EOF – прямой угол (рис. 7.30). Прямой угол равен половине развернутого угла. $180^\circ : 2 = 90^\circ$.

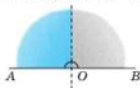


Рис. 7.29

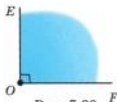


Рис. 7.30

Пишут: $\angle EOF = 90^\circ$. На чертеже прямой угол обозначается знаком в виде квадратика.

Угол называется **прямым**, если его градусная мера равна 90° .

Прямой угол можно построить как с помощью транспортира, так и с помощью чертежного треугольника.

Чтобы построить прямой угол, одной из сторон которого является луч OD , надо:

- 1) расположить чертежный треугольник так, чтобы вершина прямого угла совпала с точкой O , а одна из сторон прошла по лучу OD ;
- 2) провести по другой стороне луч OC .

Мы получим прямой угол COD : $\angle COD = 90^\circ$ (рис. 7.31).



Рис. 7.31

На рисунке 7.32 изображены: угол PKN , угол AOB и угол DEF .



Рис. 7.32



? Ответьте на вопросы:

1. Запишите градусные меры углов PKN , AOB и DEF , изображенных на рисунке 7.32.
2. Выберите соответствующее название каждому углу: прямой угол, тупой угол, острый угол.
3. Сравните градусные меры углов PKN и DEF с градусной мерой угла AOB .
4. Какой угол называют острым? Какой угол называют тупым?

Проверьте себя.

1. $\angle PKN = 40^\circ$; $\angle AOB = 90^\circ$; $\angle DEF = 110^\circ$.
2. $\angle PKN$ – острый угол, $\angle AOB$ – прямой угол, $\angle DEF$ – тупой угол.
3. Градусная мера острого угла PKN меньше 90° , $\angle PKN < \angle AOB$. Градусная мера тупого угла DEF больше 90° , $\angle DEF > \angle AOB$.

Угол называется острым, если его градусная мера меньше 90° .

Угол называется тупым, если его градусная мера больше 90° , но меньше 180° .

Над диаметром круга и под ним расположены два развернутых угла с общей вершиной (точка O) и общими сторонами (рис. 7.33). Сумма этих углов образует *полный угол*. Так как $180^\circ \cdot 2 = 360^\circ$, то можем заключить, что *градусная мера полного угла равна 360°* .

Все углы делятся на следующие виды: *развернутый угол, прямой угол, тупой угол, острый угол и полный угол*.

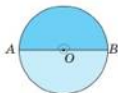


Рис. 7.33



1. Какой угол называют прямым? Какова его градусная мера?
2. Какой угол называют тупым?
3. Какой угол называют острым?
4. Какие углы имеют равную градусную меру?

A

1216. 1) Назовите на рисунке 7.34 прямой, тупой и острый углы.



Рис. 7.34

2) Начертите в тетради острый и тупой углы. Запишите их градусные меры.

1217. Используя прозрачную пленку или кальку способом наложения, найдите равные углы (рис. 7.35). Запишите их в виде равенства.

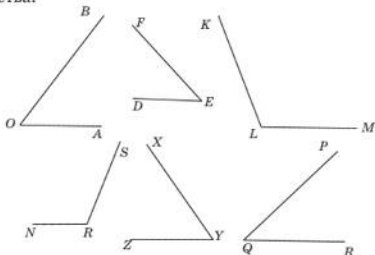


Рис. 7.35

1218. 1) С помощью чертежного треугольника постройте прямой угол AOB . Проведите биссектрису OC . Сколько градусов содержит угол AOC ?
 2) Начертите развернутый угол EOK . Проведите биссектрису OF . Сколько градусов содержит угол EOF ? Какие углы получились при этом? Сделайте вывод.

1219. Угол AOB – развернутый (рис. 7.36). $\angle AOC = 50^\circ$. Найдите градусную меру угла COB . Сравните с углом COB :
 1) угол AOC ; 2) угол AOB .

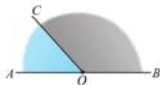


Рис. 7.36

В

1220. 1) Какие углы образуют на циферблате часов минутная и часовая стрелки в 3 ч, в 4 ч, в 6 ч (рис. 7.37)?



Рис. 7.37

1221. Используя прозрачную пленку или кальку, или на глаз сравните изображенные на рисун-

ке 7.38 углы и запишите результат с помощью знаков неравенств.



Рис. 7.38

1222. Найдите градусную меру угла EFK , если:

- 1) Угол EFN – прямой (рис. 7.39, а), $\angle KFN = 55^\circ$.
- 2) Градусная мера угла PFK равна 115° . Угол PFE – прямой (рис. 7.39б).

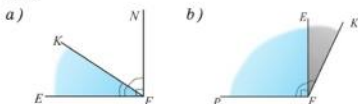


Рис. 7.39

1223. Найдите градусную меру угла DBE , если:

- 1) угол ABC – прямой (рис. 7.40, а);
- 2) угол CBD – прямой (рис. 7.40, б).

Начертите рисунок в тетради.



Рис. 7.40

1224. Выберите верные утверждения.

- 1) Биссектриса развернутого угла делит его на острый и тупой углы.
- 2) Любой острый угол меньше любого тупого угла.
- 3) Углом называют фигуру, образованную любыми двумя лучами.

4) Биссектриса развернутого угла делит его на два прямых угла.

5) Угол – это фигура, образованная двумя лучами, имеющими общее начало.

1225. Улитка по столбу высотой 11 м поднимается днем на 3 метра, а ночью спускается на 2 метра. На какой день и в какое время суток улитка доползет до вершины столба?

C

1226. На рисунке 7.41 изображен полный угол, вершиной которого является точка O – центр круга. Он разделен на углы AOB , BOC и AOC .

$$\angle AOB + \angle BOC = 220^\circ;$$

$$\angle BOC + \angle AOC = 290^\circ.$$

Найдите градусную меру углов AOB , BOC и AOC .

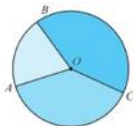


Рис. 7.41

1227. Угол EKF равен 120° . В нем проведены лучи KL и KN . Луч KN – биссектриса угла LKF . Какова градусная мера угла EKL , если угол NKF равен 37° ?

A. 48° ;

B. 46° ;

C. 42° ;

D. 53° .

1228. Луч OC – биссектриса развернутого угла AOB . Угол EOF – прямой, $\angle EOC = 30^\circ$ (рис. 7.42).

Найдите градусную меру углов AOE , COF и FOB .

Запишите равные углы.

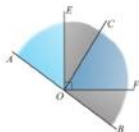


Рис. 7.42

1229. На рисунке 7.43 луч OE – биссектриса угла AOB , луч OK – биссектриса угла AOC , $\angle AOE = 65^\circ$. Найдите градусную меру углов BOD и KOD .

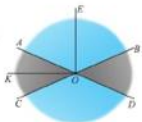


Рис. 7.43

1230. Найдите корень уравнения:

1) $a : (8 + 5x) = 6$ при $a = 108$;

2) $18 \cdot (b - 7x) = 90$ при $b = 40$;

3) $(3x + c) : 14 = 5$ при $c = 58$.

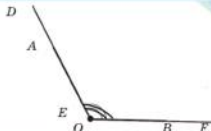
Ключевые факты.

1. Если один угол можно наложить на другой так, чтобы они совпали, то эти углы равны.

Пример 1.

$$\angle AOB = \angle DEF,$$

так как они при наложении совмещаются.



2. Из двух углов больше тот, который имеет большую градусную меру, а меньше тот, который имеет меньшую градусную меру.

Пример 2.

Сравним углы NOP и ABC .



$$\angle NOP = 100^\circ$$

$$\angle ABC = 60^\circ.$$

$$100^\circ > 60^\circ$$

$$\angle NOP > \angle ABC \text{ или } \angle ABC < \angle NOP.$$

3. Углы меньше прямого называются *острыми углами*, а углы больше прямого, но меньше развернутого – *тупыми углами*.

Пример 3. $\angle AOE = 110^\circ$. $\angle BOE = 90^\circ$.

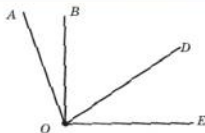
$$\angle DOE = 30^\circ;$$

1) угол AOE – тупой угол;

2) угол BOE – прямой угол;

3) угол DOE – острый угол.

$$\angle DOE < \angle BOE < \angle AOE.$$



1223. 2) $\angle DBE = 65^\circ$.

1226. $\angle AOB = 70^\circ$; $\angle BOC = 150^\circ$; $\angle AOC = 140^\circ$.

1228. $\angle EOC = \angle FOB$; $\angle AOE = \angle COF$.

1229. $\angle BOD = 50^\circ$; $\angle KOD = 155^\circ$; 1230. 1) 2; 2) 5; 3) 4.

7.4. Многоугольники

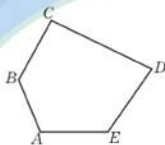


Рис. 7.44

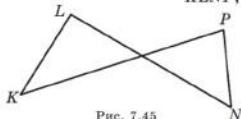


Рис. 7.45



Рис. 7.46

Отрезки AB , BC , CD , DE , EA , изображенные на рисунке 7.44, образуют фигуру $ABCDE$. В данной фигуре смежные отрезки AB и BC , BC и CD , CD и DE , DE и EA , EA и AB не лежат на одной прямой, а несмежные отрезки не имеют общих точек (не пересекаются). Такая фигура называется многоугольником. Значит, фигура $ABCDE$ – многоугольник. Например, фигура $KLNPN$, изображенная на рисунке 7.45, много-

угольником не является, так как несмежные отрезки LN и KP имеют общую точку (пересекаются).

Многоугольником называется фигура, в которой смежные отрезки не лежат на одной прямой, а несмежные отрезки не имеют общих точек.

Четырехугольник – это один из видов многоугольников. На рисунке 7.46 изображен четырехугольник $ABCD$.

Отрезки AB , BC , CD и DA называют *сторонами*, а точки A , B , C и D – вершинами четырехугольника $ABCD$, $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ и $\angle D$ – углами четырехугольника.

У любого многоугольника столько же сторон, сколько у него вершин.

Многоугольник называют выпуклым, если он весь расположен по одну сторону от каждой прямой, проходящей через две его соседние вершины.

Например, на рисунке 7.47 многоугольник $KLMNP$ является выпуклым, а многоугольник $RTXYZ$ – невыпуклым.

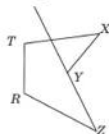
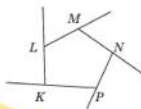


Рис. 7.47

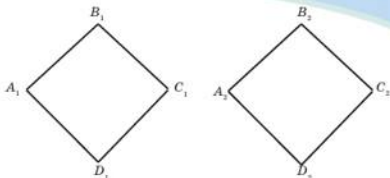


Рис. 7.48

Мы будем рассматривать только выпуклые многоугольники.

Два *многоугольника* называют *равными*, если их можно совместить при наложении.

Например, на рисунке 7.48 многоугольники $A_1B_1C_1D_1$ и $A_2B_2C_2D_2$ равны, так как они совмещаются при наложении.

Сумму длин всех сторон многоугольника называют его *периметром*.

Периметр многоугольника $DEFKLN$ (рис. 7.49) равен:

$$P = DE + EF + FK + KL + LN + ND.$$

Отрезок, соединяющий две несоседние вершины многоугольника, называют *диагональю* многоугольника.

EN и EL – диагонали многоугольника $DEFKLN$.

Наименьшее число сторон в многоугольнике равно трем. Такой многоугольник называется *треугольником*. Треугольник является единственным многоугольником, который не имеет ни одной диагонали.

По числу сторон многоугольники называют *треугольниками*, *четырёхугольниками*, *пятиугольниками* и т.д.

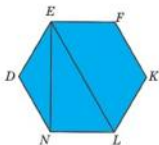


Рис. 7.49



1. Приведите примеры из окружающих вас предметов, которые имеют форму многоугольника.
2. Что называют сторонами, углами, вершинами многоугольника?
3. Что такое периметр многоугольника?
4. Что называют диагональю многоугольника?

1231. Выполните действия (устно):

- 1) $5,217 \cdot 10$; 2) $316,2 : 10$; 3) $7,325 \cdot 100$; 4) $934,2 : 100$;
 $5,217 \cdot 100$; $316,2 : 100$; $7,325 \cdot 1000$; $934,2 : 1000$.

А

1232. Как называть каждую из этих фигур в зависимости от количества углов в ней (рис. 7.50)?

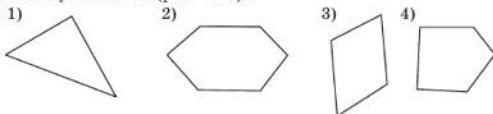


Рис. 7.50

1233. Отрезки AC и BD – диагонали четырехугольника $ABCD$ (рис. 7.51). Постройте четырехугольник $ABCD$.

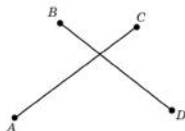


Рис. 7.51

1234. Постройте квадрат $ABCD$ с периметром 16 см.

- 1) Проведите диагональ AC .
- 2) Используя кальку, сравните треугольники ABC и ACD .
- 3) Найдите площадь треугольника ABC .

В

1235. Сколько прямоугольников на рисунке 7.52?

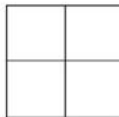
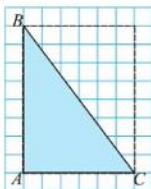


Рис. 7.52

1236. Начертите в тетрадь четырехугольник и пятиугольник. В каждом многоугольнике проведите все диагонали и запишите их. Сколько диагоналей в четырехугольнике, в пятиугольнике?

1237. Дополните треугольники ABC и DEF до прямоугольников (рис. 7.53). Найдите площадь каждой фигуры (в квадратных сантиметрах).

1)



2)

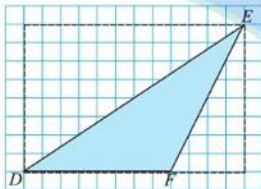


Рис. 7.53

1238. 1) Стороны прямоугольника равны 13 см и 5 см. Найдите площадь квадрата, имеющего такой же периметр.
 2) Периметр квадрата больше его стороны на 21 см. Найдите его площадь.

1239. 1) Какие многоугольники изображены на рисунке 7.54?
 2) Найдите периметр закрашенной части многоугольника $ABCD$.
 3) Найдите площадь незакрашенной части многоугольника $ABCD$.

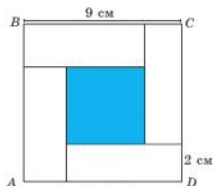


Рис. 7.54

1240. Периметр треугольника ABC равен 24 см. Сторона AC больше стороны BC на 4 см, а сторона BC меньше стороны AB на 2 см. Найдите стороны треугольника.
- 1241°. Площадь клумбы прямоугольной формы 300 м². Какими следует выбрать длины ее сторон, выраженные натуральными числами, чтобы длина ограждения была наименьшей?
- A. 6 см и 50 см; C. 10 см и 30 см;
 B. 5 см и 60 см; D. 20 см и 15 см.

1242. Сколько треугольников на рисунке 7.55?

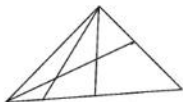


Рис. 7.55

1243°. Из трех равных квадратов из проволоки, соединенных последовательно, составлен прямоугольник. Его длина равна 36 см. Сколько метров и сантиметров проволоки ушло на изготовление всех квадратов?

1244. Используя формулу площади прямоугольника, вычислите площади многоугольников, изображенных на рисунке 7.56.

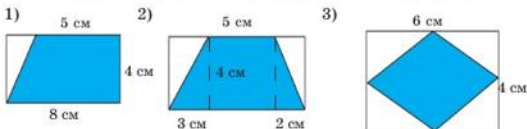


Рис. 7.56

1245*. Из одинаковых треугольников (рис. 7.57) составлен многоугольник. Здесь $AB = 20$ см. Найдите площадь многоугольника.

Как можно назвать данный многоугольник?

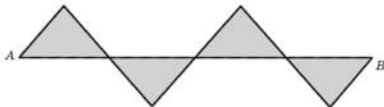


Рис. 7.57

1246* Периметр пятиугольника $ABCDE$ равен 51 см. Пятиугольник $ABCDE$ диагоналями BE и BD разделен на треугольники ABE , EBD и BCD , периметры которых равны соответственно 33 см, 42 см и 36 см.

Определите длины диагоналей BE и BD , если известно, что $BE = BD$.

1247. Решите уравнение.

$$1) \frac{\frac{1}{2}}{\frac{5}{6}x - \frac{1}{3}} - \frac{1}{4} = \frac{1}{8};$$

$$2) \frac{\frac{2}{3}}{\frac{2}{9} + \frac{1}{3}x} + \frac{1}{2} = \frac{13}{14}.$$



1235. 9 прямоугольников.

1237. 2) 8 см².

1239. 2) 20 см, 3) 56 см².

1242. 12 треугольников. 1243. 1 м 44 см.

1244. 2) 30 см², 3) 12 см².

1246. 15 см. 1247. 1) 2; 2) 4.

Упражнения для повторения главы VII

1248. На какие углы делит биссектриса угол, равный:

1) 82°; 2) 110°; 3) 50°?

1249. Найдите на рисунке 7.58 равные четырехугольники:

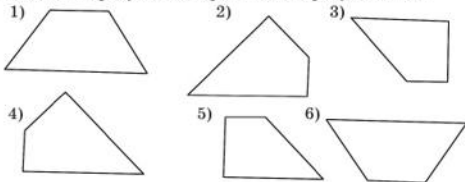


Рис. 7.58

1250. Сейчас часы показывают: 1) 5 ч; 2) 10 ч.

Какой угол образовали часовая и минутная стрелки?

1251. Найдите градусные меры углов $\angle AOC$ и $\angle BOC$, изображенных на рисунке 7.59.

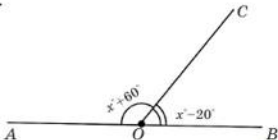


Рис. 7.59

1252. Начертите четырехугольник $ABCD$, у которого $\angle A = 50^\circ$; $\angle B = 120^\circ$; $\angle C = 80^\circ$.

1) Измерьте величину угла D .

2) Найдите сумму:

$$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D.$$

1253*. Суммы попарно взятых сторон четырехугольника $ABCD$ (рис. 7.60) равны: 7 см; 8 см; 10 см; 9 см; 11 см; 12 см. Найдите периметр четырехугольника $ABCD$.

А. 20 см; В. 19 см; С. 22 см; D. 18 см.

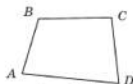


Рис. 7.60

1254. Сколько треугольников на рисунке 7.61?



Рис. 7.61

А. 20 треугольников;

В. 25 треугольников;

С. 30 треугольников;

D. 28 треугольников.



1. Обратите внимание на фигуры A, B, C, D . В какой фигуре все точки лежат на одинаковом расстоянии от данной точки (O, E, K, L)?

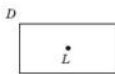
2. В чем отличие: 1) фигуры A от фигуры C ; 2) фигуры A от фигур B и D ?



Окружность



Круг



Глава VIII. ДИАГРАММЫ

8.1. Окружность. Круг

1. Окружность.

Установим иглу циркуля в точке O , а ножкой циркуля с грифелем, вращая вокруг точки O , будем чертить линию. Тогда грифель начертит замкнутую линию, все точки которой одинаково удалены от точки O . Такую замкнутую линию называют *окружностью* (рис. 8.1).

Окружность – фигура, состоящая из всех точек плоскости, находящихся от данной точки на одинаковом расстоянии.

Точка O называется *центром* окружности. Окружность разбивает плоскость на две области – внутреннюю и внешнюю (рис. 8.2).

Отметим на окружности точку A (рис. 8.3).



Рис. 8.1



Рис. 8.2

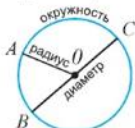


Рис. 8.3



Рис. 8.4

Построим отрезок, соединяющий точку A с центром окружности – точкой O . Полученный отрезок OA называют *радиусом* окружности.

Радиус обозначают буквой R . Если радиус окружности равен 15 мм, то пишут: $R = 15$ мм.

Отрезок BC соединяет две точки (B и C) окружности и проходит через центр (точку O). Его называют *диаметром* окружности. BC – диаметр.

Диаметр обозначают буквой D . Если диаметр окружности равен 30 мм, то пишут: $D = 30$ мм.

Диаметр состоит из двух радиусов: OB и OC . Длина диаметра окружности равна двум радиусам:

$$D = 2R.$$

Отрезок, соединяющий центр окружности с любой ее точкой, называют **радиусом** окружности.

Отрезок, соединяющий две точки окружности и проходящий через ее центр, называют **диаметром** окружности.

II. Круг.

Часть плоскости внутри окружности вместе с самой окружностью образуют круг.

На рисунке 8.4 изображен круг с центром в точке O .

Центр окружности является и центром круга. Радиус и диаметр окружности являются радиусом и диаметром круга. Круг делится диаметром на два равных полуокруга.

Если две окружности (два круга) при наложении друг на друга совпадают, то такие *окружности* (круги) *равны* между собой. У равных окружностей (кругов) радиусы также равны.

Часть окружности, расположенная между двумя точками этой окружности, называется дугой.

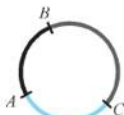


Рис. 8.5

На рисунке 8.5 изображены части окружности, находящиеся между точками A и B , B и C , A и C , которые называют *дугами* этой окружности.

Слово «дуга» иногда заменяется знаком « $\frown$ ». Дуга обозначается двумя или тремя буквами, из которых две ставятся на концах дуги.

В том случае, когда дуга меньше полуокружности, она обычно обозначается двумя буквами, например, дуги, изображенные на рисунке 8.5, обозначаются: $\frown AB$, $\frown BC$, $\frown AC$.

У дуги имеются два *конца*. Точки A и B являются концами дуги AB .

Шкала некоторых инструментов, приборов расположена на окружности. Например, край циферблата часов является окружностью.



1. Какую фигуру называют окружностью?
2. Какой отрезок называют радиусом окружности? диаметром?
3. Во сколько раз диаметр окружности длиннее радиуса?
4. Чем отличается окружность от круга?
5. Приведите примеры из окружающей вас среды, где вы встречали предметы, подобные окружности, кругу.

A

1255. Запишите точки (рис. 8.6), которые:

- 1) принадлежат окружности;
- 2) принадлежат кругу;
- 3) не принадлежат кругу.

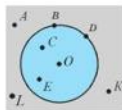


Рис. 8.6

1256. Отметьте в тетради точку O и отрезок OA , равный длине четырех тетрадных клеток.

С помощью циркуля постройте окружность с центром в точке O и с радиусом, равным отрезку OA .

1257. 1) Радиус окружности равен 11 см. Найдите ее диаметр.

2) Диаметр Луны 3476 км. Найдите ее радиус.

1258. Собаку посадили на цепь длиной 3 м, прикрепленную к кольшку. Нарисуйте участок земли (за 1 м примите длину отрезка 1 см), по которому может бегать собака. Найдите наибольшее расстояние между двумя точками границы участка, по которому бежит собака.

1259. Начертите две окружности с общим центром в точке O и радиусами 2 см и 3 см. Раскрасьте часть плоскости между этими окружностями. Как бы вы назвали закрашенную часть?

1260. Как можно разделить на части длиной 15 м и 3 м кружева длиной 18 м, не пользуясь никакими измерительными приборами?

1261. На окружности отметьте 8 точек. Соедините их отрезками. Сколько отрезков получилось?

1262. Упростите выражение:

1) $3(x + 5) + 4x$; 3) $9(x - 7) + 6x$; 5) $2(13 + x) - 15$;

2) $8(7+x) - 3x$; 4) $5(x + 8) - 11$; 6) $6(x + 5) + 2x$.

В

1263. На рисунке 8.7 изображены два круга: первый – с центром в точке A и второй – с центром в точке B .

Из обозначенных точек какие точки:

1) принадлежат первому и второму кругам;

2) принадлежат только первому кругу;

3) принадлежат только второму кругу?

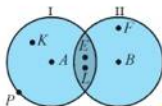


Рис. 8.7

1264. Диаметр Земли приблизительно равен 12 700 км. Этот диаметр в 11 раз меньше диаметра Юпитера (рис. 8.8). Найдите радиус Юпитера.



Рис. 8.8

1265. Начертите окружности с радиусами 2 см и 3 см, такими, чтобы расстояние между центрами было равно:
1) 4 см; 2) 5 см; 3) 8 см.

Как расположены эти окружности относительно друг друга в каждом случае?

1266. Диаметр окружности с центром в точке A равен 6 см (рис. 8.9). Расстояние между точками A и B равно 5 см. Точка D – общая точка этих окружностей. Найдите диаметр окружности с центром в точке B . Как расположены эти две окружности относительно друг друга?

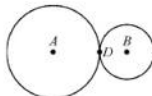


Рис. 8.9

1267. Начертите отрезок AB длиной 6 см. Начертите окружность с центром в точке A и радиусом 5 см и окружность с центром в точке B и радиусом 3 см. Обозначьте точки пересечения окружностей буквами C и D . Найдите периметр треугольника ABC .

1268. 1) Скорость велосипедиста 200 м/мин. Сколько оборотов делает колесо велосипеда за 3 мин, если длина внешней окружности колеса равна 2 м?
2) Колесо движущейся автомашины за 47 с совершает 400 оборотов. Длина внешней окружности колеса 2 м 35 см. Какова скорость автомашины?

1269. Набирая воду из речки сосудами емкостью 7 л и 3 л, как можно оставить 2 л воды в сосуде меньшей емкости?

- 1270°. Ученик начертил в тетради две окружности. Во внутренней области этих окружностей он отметил 5 точек. Из них 4 точки оказались на внутренней области первой окружности, а 3 точки – на внутренней области второй окружности. Как это получилось? Изобразите в тетради построение ученика.

1271. Постройте в тетради цветок, изображенный на рисунке 8.10. Раскрасьте лепестки цветка фломастером. Объясните построение цветка.



Рис. 8.10

1272. Радиус окружности с центром в точке A равен 2 см (рис. 8.11). Найдите длину диаметра окружности с центром в точке O .



Рис. 8.11

1273. На рисунке 8.12 изображены две пересекающиеся окружности с центрами в точках A и O . Диаметр окружности с центром в точке A равен 10 см, а радиус окружности с центром в точке O равен 3 см.

Найдите периметр четырехугольника $ABOC$.

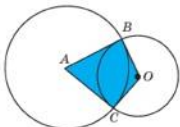


Рис. 8.12

- 1274*. Длина внешней окружности переднего колеса кареты равна 2 м, а заднего — 3 м.

Какое расстояние проехала карета, если ее переднее колесо сделало на 1200 оборотов больше, чем заднее?

1275. 20 четырехметровых бревен надо распилить на бруски длиной 25 см. Сколько распилов придется сделать?

Вспомним связь между единицами измерения времени.



- 1 сутки = 24 часа (сокращенно: ч);
- 1 час = 60 минут (сокращенно: мин);
- 1 минута = 60 секунд (сокращенно: с);
- 1 час = 3600 секунд.

Сутки — основная единица времени. За сутки Земля совершает полный оборот вокруг своей оси. В науке основной единицей измерения времени считается секунда.

Год состоит из 12 месяцев. Год — время обращения Земли вокруг Солнца с точностью 5–6 минут. Один год составляет 365 суток и 6 часов.

По действующему сейчас во всем мире календарю считается, что год содержит 365 суток. Указанная выше прибавка в 6 часов в

течение 4 лет составляет целые сутки, которые добавляют к каждому четвертому году. Считается, что если номер года делится на 4, то год содержит 366 суток. Такой год называется *високосным*. В високосном году февраль содержит 29 дней, а в обычном году – 28 дней.

- ▲ 1261. 28 отрезков. 1267. 14 см. 1268. 1) 300 оборотов;
2) 20 м/с. 1273. 16 см. 1274. 7 км 200 м.
1275. 300 распилов.



Исторические сведения

Понятие «**круг**» впервые было сформулировано древними греками. Слово «**диаметр**» происходит от греческого *diametros* – поперечник. Индусы и вавилоняне самым основным элементом круга считали радиус. Слово «**радиус**» происходит от латинского *radius*, которое переводится как «спица в колесе».



В быту казахов фигуры наподобие окружности и круга также получили широкое распространение. Это различные ювелирные изделия и юрты. Строение юрты полностью состоит из таких фигур, как окружность и круг. Основание юрты является кругом, а края частей кереге имеют форму дуги и составляют окружность. Края шанырака юрты являются окружностью. На растянутые по окружности кереге завязываются уйки, другие концы которых закрепляются в гнездышках на шаныраке. Юрта – строение, состоящее из окружностей и кругов, она является неотъемлемой частью национальной культуры казахов.

8.2. Круговой сектор

Начертим круг с центром в точке O , проведем радиусы OA , OB и OC . Тогда круг разделится на три части (рис. 8.13). Каждая из них называется круговым сектором. AOB , BOC и AOC – круговые секторы.

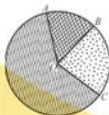


Рис. 8.13

Часть круга, ограниченная двумя радиусами и дугой окружности, соединяющей их концы, называют *круговым сектором*, или *сектором*.

Например, градусная мера сектора AOB равна 55° , градусная мера сектора $BOC - 80^\circ$ и градусная мера сектора $AOC - 225^\circ$.

$$55^\circ + 80^\circ + 225^\circ = 360^\circ.$$

Сумма этих углов образует полный угол. Если круг разделен на два сектора и угол одного сектора известен, то можно вычислить угол другого сектора.

Пример. Круг разделен на два сектора (рис. 8.14). Угол первого (I) сектора равен 110° . Вычислим угол второго (II) сектора.

Решение. Так как круг разделен на два сектора, сумма углов этих секторов равна 360° .

По условию задачи, угол одного сектора равен 110° , тогда угол другого сектора

$$360^\circ - 110^\circ = 250^\circ.$$

Ответ: угол второго сектора равен 250° .

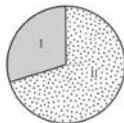


Рис. 8.14



1. Что называется сектором?
2. Чему равна сумма углов всех секторов, образующих круг?

1276. Вычислите устно:

1) $350 \cdot 2$

$- 280$

$: 21$

$\cdot 7$

$+ 190$

$?$

2) $264 + 136$

$: 25$

$+ 94$

$\cdot 8$

$- 120$

$?$

3) $185 - 35$

$\cdot 4$

$+ 360$

$: 32$

$+ 170$

$?$

4) $200 : 25$

$\cdot 70$

$- 140$

$: 60$

$+ 93$

$?$

1277. 1) На сколько прямоугольных секторов можно разделить круг?

2) Сколько секторов с развернутым углом содержится в круге?

A

1278. Сколько круговых секторов изображено на рисунке 8.15? Запишите их.

1279. Начертите круг с центром в точке O и разделите его на четыре сектора с равными по величине углами. Чему равен угол каждого сектора?

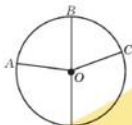


Рис. 8.15

1280. Измерьте угол сектора NOP и угол сектора POR (рис. 8.16). Вычислите градусную меру угла сектора NOR .

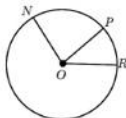


Рис. 8.16

1281. Круг разделен на 2 сектора. Градусная мера одного сектора составляет 30% полного угла. Найдите градусную меру второго сектора.

1282. Во дворе играют щенки. Количество их лап на 18 больше, чем количество голов. Сколько щенков во дворе?

В

1283. Разделите круг на сектора так, чтобы углы трех секторов были равны 40° , 130° и 60° . Закрасьте эти три сектора разными цветами. Вычислите угол незакрашенного сектора.

1284. Круг разделен на три сектора. Угол одного сектора составляет 80% развернутого угла, а угол второго — $\frac{2}{3}$ прямого угла. Вычислите угол третьего сектора.

1285. Круг разбили на четыре сектора. Градусные меры углов соответственно равны: x° , $2x^\circ$, $5x^\circ$ и $4x^\circ$ (рис. 8.17). Найдите градусную меру угла каждого сектора в отдельности.

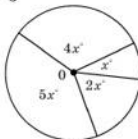


Рис. 8.17

1286. Решите уравнения:

$$1) \frac{25}{\frac{2}{3}x + 0,25} = 4;$$

$$2) \frac{36}{7 - \frac{5}{6}x} = 8;$$

$$3) \frac{27}{\frac{1}{5} + \frac{1}{9}x} = 4,5.$$

1287. Круг разделен на три сектора. Угол первого сектора в 3 раза больше, чем угол второго и в 2 раза меньше, чем угол третьего. Вычислите угол каждого сектора в отдельности. Постройте круг и начертите секторы с соответствующими углами.

1288. Круг разделен на три сектора. Сумма углов первого и второго секторов равна 200° . Сумма углов второго и третьего секторов равна 290° . Чему равен угол второго сектора?

1289. За 2 мин 2 кота поймали двух мышей.

▲ Сколько мышей поймает 4 кота за 4 мин?

▲ За сколько минут 3 кота поймает 3 мышей?



1284. 156'. 1286. 1) 9; 2) 3; 3) 6.

1288. 130'.

1289. ▲ Поймают 8 мышей.

▲ За 2 минуты.

8.3. Способы представления статистических данных.

Столбчатые, линейные, круговые и графические диаграммы. Таблицы

Для сравнения нескольких значений одной величины и слежения за изменениями этих значений используют диаграммы.

Диаграмма – способ наглядного представления числовых данных.

В диаграмме с использованием геометрических средств изображаются значения величин и их соотношения.

Существует множество видов диаграмм. Мы рассмотрим наиболее часто используемые, самые распространенные виды диаграмм – это столбчатые, линейные, круговые и графические диаграммы.

Для наглядного сравнения статистических данных величин одного множества используются столбчатые диаграммы.

I. Столбчатая диаграмма.

Столбчатая диаграмма состоит из столбиков одинаковой ширины, расположенных на одинаковом расстоянии друг от друга, а высота столбиков соответствуют значениям величин.

Пример 1. Длина реки Ертис приблизительно равна 4200 км, Есиль – 2500 км, Жайыка – 2400 км, Сырдарии – 2200 км.

Построим столбчатую диаграмму длин этих рек. Нарисуем прямой угол и отметим (запишем) на горизонтальной его стороне названия рек, а на вертикальной стороне – длины этих рек.

Для этого за единичный отрезок примем отрезок длиной в 1 см, считая, что ему соответствует 1000 км.

Построим столбчатую диаграмму, изображающую длины рек Ертис, Есиль, Жайык и Сырдария (рис. 8.18).

Из столбчатой диаграммы видно, что самой длинной из этих рек является Ертис, самой короткой – Сырдария, а длины рек Есиль и Жайык примерно одинаковы.

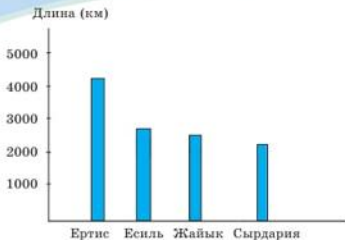


Рис. 8.18

Столбчатые диаграммы используются в народном хозяйстве, например, чтобы сравнить объемы производства различной продукции в месяц, в год и т.д.

II. Линейная диаграмма.

В статистике линейные диаграммы служат для того, чтобы показать изменения одной или нескольких величин.

В линейной диаграмме статистические данные изображаются отрезками, длины которых зависят от значения изображаемых величин.

Высота а метрах

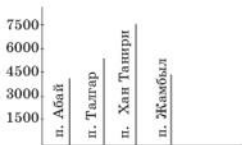


Рис. 8.19

Пример 2. Построим линейную диаграмму по следующим данным: Высота пика Абая приблизительно равна 4000 м, пика Талгар – 5000 м, пика Хан Танири – 7000 м, пика Жамбыла 4400 м.

Нарисуем прямой угол и отметим (запишем) на вертикальной стороне высоты этих пиков (рис. 8.19).

За единичный отрезок примем отрезок длиной в 1 см, считая, что ему соответствует 1500 м. Из пиков, изображенных на линейной диаграмме, выше всех пик Хан Танири, а высоты пиков Абая и Жамбыла приблизительно одинаковы.

III. Круговая диаграмма.

Круговая диаграмма используется для наглядного изображения соотношения между частями исследуемой совокупности.

В круговой диаграмме полный угол (360°) делится на части, соответствующие составным частям величины.

Пример 3. В составе сплава содержится 15% меди, 60% олова, остальное – сурьма.

Построим круговую диаграмму состава сплава. Так как в составе сплава содержится три разных металла, круг с центром в точке O делится на три сектора (рис. 8.20). Нужно найти градусные меры углов, соответствующих процентной величине каждого металла сплава.



Рис. 8.20

Для этого нужно найти угол, соответствующий 1% полного угла. $360^\circ : 100 = 3,6^\circ$.

Значит, на 1% соответствует угол $3,6^\circ$.

Градусная мера угла, соответствующая:

меди, равна $3,6^\circ \cdot 15 = 54^\circ$;

олову – $3,6^\circ \cdot 60 = 216^\circ$;

сурьме – $360^\circ - (54^\circ + 216^\circ) = 90^\circ$.

IV. Графическая диаграмма.

Также одним из распространенных видов представления статистических данных является *графическая диаграмма*.

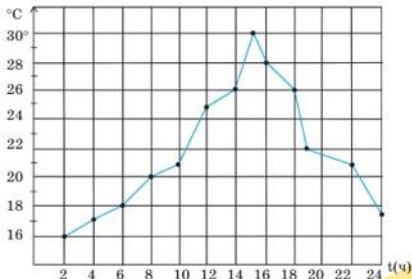


Рис. 8.21

Динамика изменения статических данных изображается с помощью графика. В графическом изображении диаграммы точки, соответствующие данным, соединяются отрезками. Соединяя точки отрезками, получаем ломаную. В большинстве случаев на графической диаграмме характер изменения величин изображается ломаной.

Например, на рисунке 8.21 изображен график суточных характеристик температуры воздуха 15 июля 2016 г. в г. Астана.

15 июля 2016 г в г. Астана самая высокая температура воздуха 30°C в 15 ч. Самая низкая температура воздуха 16°C в 2 ч.

V. Таблицы.

Еще одним из наиболее частых и привычных способов представления статистических данных являются таблицы. Температура воздуха, опрос общественного мнения, положение команд в футбольном турнире и др. представляются в виде таблиц.

Пример 5. Аскар 10 апреля каждые 2 ч записывал в таблицу изменения температуры воздуха.

Время t (ч)	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
Температура $T(^{\circ}\text{C})$	0	2	3	5	7	9	13	12	10	7	5	3

В случае, когда изменение величины дается в виде таблицы, его значение заполняется в клетках таблицы. Таблица дается с постоянным шагом. В таблице приведено значение температуры воздуха через каждые 2 ч. Значит, в этом случае шаг таблицы равен 2.



1. Как строится столбчатая диаграмма?
2. Что представляет собой круговая диаграмма?
3. Как изображается графическая диаграмма?
4. Какие способы представления статистических данных вы знаете?

1290. Вычислите устно:

- 1) $(36,27 + 8,73) : 9$; 3) $(24 - 2,4) : 6$; 5) $(32,8 + 7,2) : 8$;
 2) $(18 - 12,45) : 5$; 4) $(5,4 + 2,3) : 7$; 6) $(9,3 + 7,1) : 4$.

A

1291. На рисунке 8.22 изображена столбчатая диаграмма, показывающая радиусы планет Меркурий, Венера, Земля и Марс. Ответьте на вопросы, используя столбчатую диаграмму:

- 1) Какая из планет, изображенных на столбчатой диаграмме, самая большая? самая маленькая?
- 2) Какие планеты имеют примерно одинаковые радиусы?

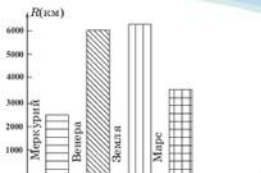


Рис. 8.22

- 1292.** На круговой диаграмме изображено соотношение площадей Мирового океана и суши на всей поверхности земного шара (рис. 8.23).

Вычислите градусную меру угла сектора, соответствующую:

1) суше; 2) водной поверхности.

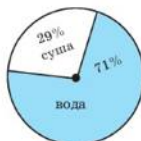


Рис. 8.23

- 1293.** Используя таблицу, ответьте на вопросы.

На каждом этаже 5-этажного дома по 4 квартиры. Определите номера квартир, в которых живут Аскар, Оля, Саша и Антон, если все они живут в первом подъезде.

Порядок этажа \ Порядок квартир одного этажа	1	2	3	4
1				
2		Аскар		
3				
4	Оля		Саша	
5				Антон

- 1294.** Используя таблицу, постройте линейную диаграмму протяженности рек. Длина единичного отрезка, равного 1 см, соответствует 200 км.

Название реки	Аягоз	Иле	Тобыл	Шу	Талас
Длина (км)	492	1439	1600	1186	420

Анализируя полученную диаграмму, ответьте на вопросы:

- 1) Протяженность какой реки наибольшая?
- 2) Протяженность какой реки наименьшая?
- 3) Протяженность каких рек приблизительно одинакова?

- 1295.** Врачи рекомендуют дневную норму питания распределить на 4 приема: утренний завтрак – 25%, второй завтрак – 15%, обед – 45% и ужин – 15%.

Постройте круговую диаграмму распределения дневной нормы питания.

- 1296.** На графической диаграмме (рис 8.24) отражена зависимость количества продаж платьев, пальто и зонтов от времени года.

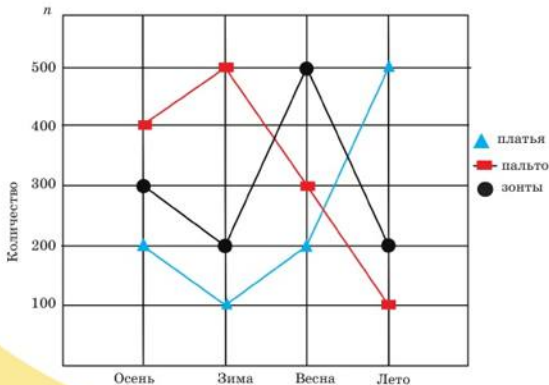


Рис. 8.24

Ответьте на вопросы:

- 1) В какое время года состоится наибольшая продажа: а) платьев? б) пальто?
- 2) В какое время года состоится наименьшая продажа: а) платьев? б) пальто?
- 3) В какое время года больше покупается зонтов? Почему?

1297. На рисунке 8.25 в виде столбчатой диаграммы изображены оценки учеников за контрольную работу по математике.

Ответьте на вопросы:

- 1) Сколько учеников написали контрольную работу на «5», на «4», на «3» и на «2»?
- 2) Сколько процентов учеников класса написали контрольную работу на «5» и на «4»?

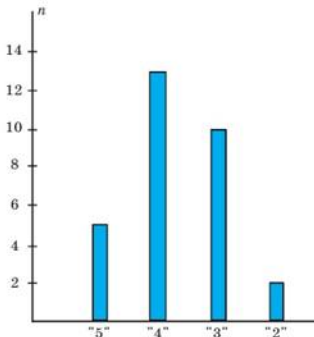


Рис. 8.25

1298. Сохранение определенного количества воды в организме является необходимым условием жизнедеятельности этого организма. Вода составляет 65% массы человека, 50% – массы животных, 59% – массы домашних животных, 70% – массы уток, 75% – массы рыб и 99% – массы медузы. Покажите на столбчатой диаграмме процентное содержание воды у названных организмов. Зависит ли количество воды в организме от его среды жизнедеятельности?

1299. Процентное содержание углерода в составе топлива изображено столбчатой диаграммой (рис. 8.26). Ответьте на вопросы:

- 1) Какой вид топлива выделяет наименьшее количество теплоты?



Рис. 8.26

Сколько процентов составляет углерод в его составе?

2) Какой вид топлива выделяет наибольшее количество теплоты?

Сколько процентов составляет углерод в его составе?

3) Почему зимой для обогрева жилья часто используется каменный уголь?

1300. На рисунке 8.27 дана столбчатая диаграмма скоростей охотничьей собаки, лисы и зайца.

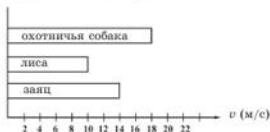


Рис. 8.27

Ответьте на следующие вопросы:

1) У кого скорость больше – у лисы или у зайца – и на сколько?

2) Кого охотничья собака догонит быстрее – лису или зайца?

1301. Какую часть суток вы находитесь на занятиях в школе, выполняете домашнее задание, делаете работу по дому, играете, спите? Постройте круговую диаграмму распределения своего времени.

Глава IX. РАЗВЕРТКИ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ФИГУР

9.1. Прямоугольный параллелепипед и его развертка

Спичечный коробок, кирпич, шкаф и т. д. дают представление о прямоугольном параллелепипеде.

Поверхность прямоугольного параллелепипеда состоит из 6 прямоугольников (рис. 9.1). Их называют *гранями* параллелепипеда. Стороны граней называют ребрами, а концы ребер – *вершинами* параллелепипеда.

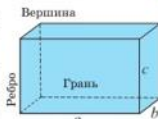


Рис. 9.1

Противоположные грани прямоугольного параллелепипеда равны.

У прямоугольного параллелепипеда 12 ребер, 8 вершин и 6 граней. Три ребра прямоугольного параллелепипеда, которые сходятся в одной вершине, называют *длиной*, *шириной* и *высотой*.

Длина, ширина и высота прямоугольного параллелепипеда называются его измерениями (рис. 9.2).



Рис. 9.2

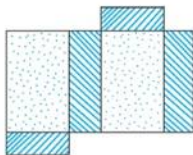


Рис. 9.3

Разрезав поверхность прямоугольного параллелепипеда по некоторым ребрам, мы можем развернуть ее в плоскую фигуру. При этом мы получим *развертку* прямоугольного параллелепипеда (рис. 9.3).

Развертка прямоугольного параллелепипеда – это фигура, составленная из прямоугольников, являющихся его гранями и расположенных определенным образом.

Среди всех параллелепипедов особую роль имеет хорошо вам известная фигура – куб (рис. 9.4).

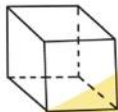


Рис. 9.4

Куб – это прямоугольный параллелепипед, у которого все измерения одинаковы.

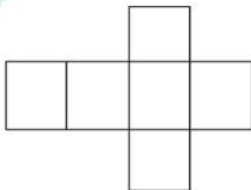


Рис. 9.5

Каждая грань куба – квадрат. Поверхность куба состоит из 6 равных квадратов.

Если мы разрежем куб по какому-либо его ребрам и развернем, то получим плоскую фигуру – развертку куба (рис. 9.5).

Развертка куба – это фигура, составленная из квадратов, являющихся его гранями и расположенных определенным образом. У куба одиннадцать разверток.



1. Приведите примеры предметов, имеющих форму прямоугольного параллелепипеда.
2. Сколько граней имеет прямоугольный параллелепипед?
3. Сколько у него ребер? Сколько вершин?
4. Какой прямоугольный параллелепипед называется кубом?
5. Что представляет собой развертка?

1302. Выполните устно:

1) $808 : 4$; 2) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$;

3) $70,7 : 7$;

4) $\frac{2}{3} : \frac{4}{9}$;

$1515 : 3$; $36,36 : 18$

$\frac{2}{5} - \frac{1}{10}$;

$21,7 : 7$

$1212 : 6$. $\frac{1}{3} + \frac{1}{6}$;

$45,45 : 9$

$\frac{5}{6} \cdot \frac{3}{10}$.

A

1303. Проволоку какой длины необходимо взять для изготовления каркаса куба с ребром 15 см?

1304. На рисунке 9.6 изображена развертка куба. Если у куба закрашенная грань верхняя, то какая грань будет нижней? Какая грань будет левой боковой, какая – правой боковой?

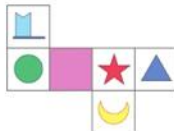


Рис. 9.6

В

1305. Периметр грани куба равен 32 см.
 ▲ Найдите площадь поверхности куба.
 ▲ Найдите объем куба.
1306. Прямоугольный параллелепипед (рис. 9.7, а) сложен из развертки изображенного на рисунке 9.7, б. Длину 2 тетрадных клеток примите за 1 см.
- 1) По развертке найдите длину, ширину и высоту параллелепипеда.
 - 2) Вычислите площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда.

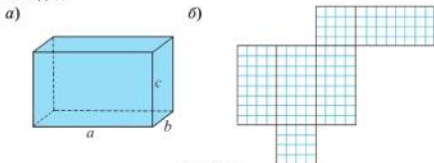


Рис. 9.7

1307. Начертите в тетрадь развертку куба с ребром 2 см. Найдите площадь поверхности этого куба.

С

- 1308*. Сумма длин всех ребер прямоугольного параллелепипеда равна сумме длин всех ребер куба. Измерения прямоугольного параллелепипеда равны 13 см; 8 см и 6 см. Найдите объем куба.
1309. Какая из фигур, изображенных на рисунке 9.8, является разверткой куба?

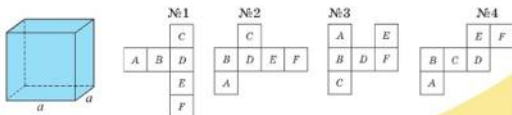


Рис. 9.8

1310*. Сумма длин всех ребер прямоугольного параллелепипеда равна 112 см. Сумма длины и высоты равна 19 см, а высоты и ширины – 13 см.

Найдите объем прямоугольного параллелепипеда.

A. 540 см^3 ; B. 432 см^3 ; C. 405 см^3 ; D. 420 см^3 .

1311.

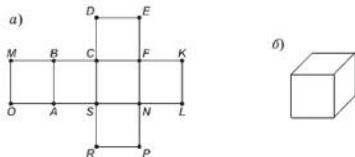


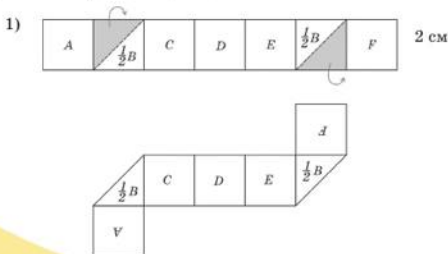
Рис. 9.9

На рисунке 9.9, а изображена развертка куба (рис. 9.9, б). Мысленно сверните куб из развертки.

- 1) Какие точки совместятся с точками D, E, K, L в отдельности?
- 2) Какая сторона развертки совместится со стороной DE и образует ребро куба?

1312. 1) На рисунке 9.10 показано, как можно сложить куб с длиной ребра 2 см из полоски бумаги шириной 2 см и длиной 14 см. Вырежьте полоску бумаги указанного размера и сложите из нее куб.

2) Какой из кубов – №1, №2, №3 – составлен из этой полоски?



2)

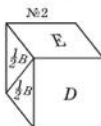
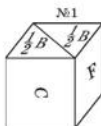


Рис. 9.10

▲ 1305. 384 см^2 ; 512 см^3 . 1306. 2) 40 см^2 . 1308. 729 см^3 .
1309. №2; №4. 1310. 540 см^3 . 1312. №3.

9.2. Задачи на разрезание фигур.

Задачи на склеивание фигур

1313. Изготовьте модель куба с ребром 3 см (рис. 9.11).

1) Запишите ребра, по которым можно разрезать модель куба, чтобы получить изображенную на рисунке 9.12 развертку.

2) Вычислите длину ломаной разреза.

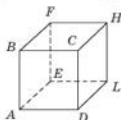


Рис. 9.11

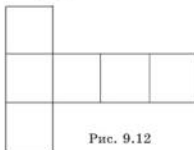


Рис. 9.12

1314. На рисунке 9.13 изображена развертка прямоугольного параллелепипеда.

1) Перечертите ее на лист бумаги. Вырежьте развертку и сверните ее в прямоугольный параллелепипед. Склейте. Предусмотрите полоски бумаги (язычки) для склейки.

2) Определите, какая грань является верхней, если закрашенная грань нижняя.

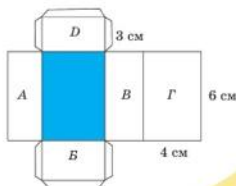


Рис. 9.13

3) Вычислите площадь поверхности изготовленной модели прямоугольного параллелепипеда.

1315. Изготовьте модель прямоугольного параллелепипеда (рис. 9.14) длиной 7 см, шириной 5 см, высотой 2 см.

1) Запишите, по каким ребрам можно разрезать модель параллелепипеда, чтобы получить изображенную на рисунке 9.15 развертку?

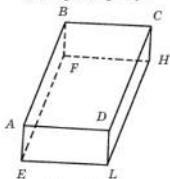


Рис. 9.14

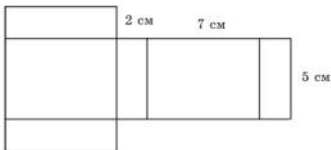


Рис. 9.15

2) Вычислите длину ломаной разреза.

1316. 1) Изготовьте складную модель куба ребром 5 см, которая собирается из трех деталей, изображенных на рисунке 9.16.

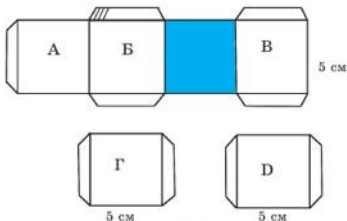


Рис. 9.16

2) Определите, какая грань является нижней, если закрашенная грань верхняя.

3) Вычислите площадь поверхности изготовленной модели куба.

УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ ПРОЙДЕННОГО ЗА ГОД

1. Натуральные числа и нуль

1317. Вставьте скобки в выражениях, пользуясь указанным порядком действий. Найдите значение выражения:

$$1) 716 + 952 - 574 : 27;$$

$$3) 2\,215 : 128 + 315 \cdot 86;$$

$$2) 625 - 596 \cdot 901 - 867;$$

$$4) 522 + 723 : 932 - 517 \cdot 57.$$

1318. Из цифр 0, 3, 5, 7 и 9 составьте:

- 1) наибольшее пятизначное число;
- 2) наименьшее пятизначное число.

1319. Начертите координатный луч с единичным отрезком 1 см. Отметьте на нем точки $A(x)$, $B(x - 2)$ и $C(x + 3)$. Найдите длины отрезков AB ; AC и BC в сантиметрах.

1320. Сравните числа, в которых некоторые цифры обозначены звездочками:

- | | | |
|----------------------------|-----------------------------|--------------------------------|
| 1) 5^{**} и 8^{*} ; | 3) $^{**}3$ и $^{***}2$; | 5) $42 \cdot 7$ и $39 \cdot 8$ |
| 2) $63 \cdot$ и 93^{*} ; | 4) 25^{**} и 16^{***} ; | 6) $^{***}3$ и $^{**}7$. |

- 1321*. Масса фляги с водой равна 29 кг. Когда из нее половину воды перелили в бидон, то масса фляги стала равна 16 кг. Какова масса пустой фляги?

- 1322*. Яблоко в 3 раза тяжелее, чем слива. Лимон на 50 г легче, чем яблоко, и в 2 раза легче, чем груша. Если масса груши 320 г, то какова масса сливы?

- 1323*. Длина 2 прыжков собаки равна длине 3 прыжков зайца. За то время, когда собака делает 3 прыжка, заяц делает 5 прыжков. Может ли собака догнать зайца? Почему?

1324. Упростите выражение, применяя распределительное свойство умножения. Найдите его значение.

- | | |
|-----------------------------------|-----------------------------------|
| 1) $3(x + 5) + 7x$ при $x = 4$; | 3) $6x + 4(2x + 7)$ при $x = 3$; |
| 2) $12(4 + y) - 5y$ при $y = 2$; | 4) $9y + 2(6y + 5)$ при $y = 7$. |

1325. Решите уравнение:

1) $7(x + 8) - 25 = 66$;

2) $9(5x + 13) = 252$;

3) $15(13x - 7) = 285$;

4) $(y + 46) : 3 = 18$;

5) $(2x + 39) : 5 = 13$;

6) $182 : (x - 15) = 14$.

1326. За 3 кг мандаринов заплатили a тг. За 4 кг яблок заплатили b тг. Какой смысл имеет выражение:

1) $a : 3$; 2) $b : 4$; 3) $a : 3 + b : 4$; 4) $2(a : 3) + 5(b : 4)$?

1327. Решите ребусы:

1) $39* : 14 = *8$;

3) $*37 : 49 = 1*$;

2) $8*8 : 23 = 3*$;

4) $*62 : 37 = 2*$.

2. Делимость натуральных чисел

1328. 1) Запишите делители чисел 5, 16, 28.

2) Запишите наибольший общий делитель чисел 18 и 24, 12 и 9, 12 и 20.

1329. Найдите наименьшее общее кратное чисел:

1) 3 и 4;

3) 16 и 3;

2) 12 и 18;

4) 30 и 45.

1330. Используя цифры 5, 6, 7, запишите:

1) наибольшее число, которое делится на 9;

2) наименьшее число, которое делится на 2;

3) наибольшее число, которое делится на 5.

1331. 1) Напишите наибольшее трехзначное число, которое делится на 45;

2) Напишите наименьшее четырехзначное число, которое делится на 45.

1332. Сколько двузначных чисел можно записать, используя цифры 5, 8 и 9?

1333*. Частное двух чисел равно наибольшему общему делителю чисел 12 и 16. Сумма этих чисел равна наименьшему общему кратному чисел 50 и 75. Найдите эти числа.

- 1334*.** Когда Енлик и Ляззат измеряли шагами расстояние 140 м, то их следы совпадали 40 раз. Длина шага Енлик равна 70 см. Чему равна длина шага Ляззат?

3. Обыкновенные дроби и действия над ними

- 1335.** Сократите дроби: $\frac{12}{15}$; $\frac{18}{30}$; $\frac{48}{56}$; $\frac{54}{81}$; $\frac{125}{200}$.

- 1336.** Сравните дроби:

1) $\frac{555}{777}$ и $\frac{8888}{4444}$; 2) $\frac{44}{66}$ и $\frac{333}{555}$;

- 1337.** 1) Запишите дроби $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{12}$ со знаменателем 24.

- 2) Приведите дроби $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{4}{15}$ к наименьшему общему знаменателю.

Выполните действия (1338, 1339):

1338. 1) $2\frac{2}{11} \cdot \frac{7}{8} : \frac{7}{11}$; 3) $1\frac{1}{3} \cdot 2\frac{2}{3} : \frac{4}{9}$; 5) $8\frac{1}{3} \cdot 1\frac{5}{7} : 2\frac{8}{21}$;

2) $3\frac{2}{3} \cdot 4\frac{7}{8} : \frac{13}{16}$; 4) $6\frac{4}{15} \cdot \frac{1}{2} : 3\frac{2}{15}$; 6) $1\frac{5}{6} \cdot 3\frac{3}{5} : 2\frac{1}{5}$.

1339. 1) $\left(6\frac{1}{4} - 4\frac{1}{8}\right) \cdot 4 + 3\frac{1}{3} : 2\frac{1}{2}$; 3) $\left(2 - 1\frac{7}{12}\right) : \left(\frac{3}{8} - \frac{1}{6}\right) \cdot 3\frac{1}{4}$;

2) $\left(2\frac{4}{9} + 1\frac{1}{6}\right) \cdot 1\frac{4}{5} - 3\frac{1}{9} : 2\frac{1}{3}$; 4) $\left(\frac{7}{10} - \frac{2}{5}\right) \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{5}{6}\right) : 6\frac{1}{2}$.

- 1340.** Вычислите:

$$\underbrace{\frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \dots + \frac{2}{3}}_{17 \text{ раз}} + \underbrace{\frac{3}{5} + \frac{3}{5} + \frac{3}{5} + \dots + \frac{3}{5}}_{12 \text{ раз}} - \underbrace{\frac{1}{15} + \frac{1}{15} + \frac{1}{15} + \dots + \frac{1}{15}}_{8 \text{ раз}}$$

- 1341*.** Два токаря, работая совместно, могут выполнить задание за 15 дней. Вначале они работали совместно 5 дней. Остальную часть задания первый токарь закончил за 16 дней.

За сколько дней может выполнить задание первый токарь? второй токарь?

1342. Дети собрали 20 кг лекарственных трав. Из них $\frac{1}{6}$ составляет зверобой, $\frac{1}{5}$ – тысячелистник, $\frac{1}{3}$ – мята, а остальную часть – календула. Сколько килограммов календулы собрали дети?

1343. Собственная скорость катера $15\frac{1}{2}$ км/ч. Скорость течения реки $2\frac{1}{4}$ км/ч. За какое время преодолеет катер расстояние 71 км, если будет плыть по течению реки?

4. Десятичные дроби и действия над ними

1344. Вычислите:

- | | |
|--|------------------------------------|
| 1) $(13,37 + 35,43) : 8$; | 4) $41,24 : 4 + 29,36$; |
| 2) $8,2 \cdot (75,38 - 46,18)$; | 5) $0,46 \cdot 2,5 + 12,6 : 2,1$; |
| 3) $18,21 \cdot 2,6 + 0,18 \cdot 67$; | 6) $95 \cdot 0,21 - 14,3 : 11$. |

1345. Найдите значение выражения:

- 1) $7 \cdot (2,3 + 0,8x) + 1,9x$ при $x = 0,4$;
2) $0,9 \cdot (6x + 5) - 3,2$ при $x = 1,2$;
3) $2,5 \cdot (3x + 0,4) - 5,1x$ при $x = 8$.

1346. Дети собирали урюк. $\frac{4}{7}$ собранного урюка они положили в первый ящик, остальное – во второй ящик. Масса урюка в первом ящике на $2\frac{3}{4}$ кг больше массы урюка во втором. Сколько килограммов урюка в двух ящиках?

1347. Если в некоторой десятичной дроби перенести запятую на один знак вправо, то она увеличится на 78,75. Найдите эту дробь.

1348. Поезд длиной 720 м проехал мост длиной 900 м за 1,5 минуты. Мост какой длины проедет поезд за 1,1 минуты с той же скоростью?

1349. Из двух городов в разное время навстречу друг другу выехали два автобуса. Расстояние между городами равно 406,2 км. Скорость первого автобуса 53,82 км/ч, а второго – 45,7 км/ч. После того как первый автобус проехал 269,1 км, он встретил второй. На сколько часов раньше выехал первый автобус, чем второй?

1350. Решите уравнение рациональным способом:

$$1) \frac{0,5}{1,63} = \frac{9,2 - x}{16,3};$$

$$2) \frac{0,1}{0,952} = \frac{6,3 + x}{95,2}.$$

5. Множества

1351. Какое из множеств $A = \{12, 14, 16, 18\}$; $B = \{15, 30, 45\}$ является подмножеством множества $C = \{15, 20, 25, 30, 35, 45\}$? Запишите с обозначением.

1352. Лаура записала в тетради 20 чисел. Из них 12 делятся на 5, а 13 – на 9.

- 1) Сколько чисел, записанных Лаурой, делятся и на 5, и на 9?
- 2) Делятся только на 5?
- 3) Делятся только на 9?

Ответ изобразите с помощью кругов Эйлера–Венна.

1353. Начертите два квадрата так, чтобы их пересечением был:

- 1) треугольник; 2) квадрат; 3) прямоугольник.

1354. На рисунке 1 изображены множества A , B и C .

1) Запишите перечислением элементов множества A , B и C каждое в отдельности.

2) Запишите обозначением взаимные соотношения между множествами:

- а) A и C ;
- б) A и B .

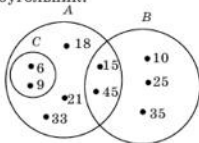


Рис. 1

6. Проценты

- 1355.** Железо составляет 90% сплава, остальное – никель. Сколько килограммов железа и никеля содержится в составе сплава массой 51 кг?
- 1356.** Оператор в первый день набрал 28%, а во второй день – 20% страниц рукописи. После этого ему осталось набрать 39 страниц. Сколько всего страниц в рукописи?
- 1357.** Цена компьютера a тг. В первый раз его цена снизилась на 20%, а во второй раз последняя цена снизилась еще на 5%. На сколько процентов уменьшилась первоначальная цена компьютера после двух уценок?
- 1358.** Чтобы добраться от станции до дачи, Юра прошел пешком 2,4 км, что составляет 30% всего расстояния. Чему равно расстояние от станции до дачи?
- 1359.** В два одинаковых сосуда налили воду. Первый сосуд на 10% емкости оказался пустым, а во втором, наоборот, 10% емкости было занято водой. Получилось, что масса воды в первом сосуда на 16 л больше, чем во втором. Какова емкость каждого из сосудов?

7. Углы. Многоугольники

- 1360.** Сколько градусов содержит угол, если он составляет:
1) $\frac{1}{4}$ развернутого угла; 2) $\frac{5}{9}$ прямого угла; 3) $\frac{1}{6}$ полного угла?
- 1361.** Постройте угол AOB , равный 35° . С помощью транспортира проведите луч OC так, чтобы луч OB являлся биссектрисой угла AOC . Найдите градусную меру угла AOC .
- 1362.** Периметр четырехугольника $ABCD$ равен 24 см (рис. 2). Периметр треугольника ABC равен 18 см, а периметр треугольника ACD – 22 см. Найдите длину диагонали AC .

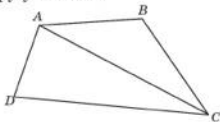


Рис. 2

8. Диаграммы. Развертка куба

1363. На круговой диаграмме (рис. 3) показан процент участия учеников класса в спортивном, шахматном и музыкальном кружках. Каждый ученик класса занимается только в одном из этих кружков.

- Составьте условие задачи по диаграмме.
- Сколько учеников занимается в спортивном кружке, шахматном кружке, если в классе 30 учеников?

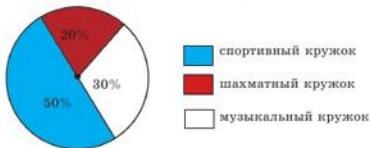


Рис. 3

1364. Азот составляет 78% воздуха, кислород — 21%, а другие газы — остальную часть. Постройте круговую диаграмму состава воздуха.

1365. Мысленно сверните куб из развертки, изображенной на рисунке 4. Определите, какая грань является нижней, если закрашенная грань — верхняя.

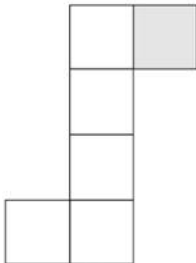


Рис. 4



1317. 1) 730; 2) 986; 3) 430; 4) 171.

1321. 3 кг.

1322. Масса сливы 70 г.

1323. Когда собака делает 6 прыжков, заяц делает 10 прыжков, но длина 6 прыжков собаки равна длине 9 прыжков зайца. $9 < 10$. Собака не сможет догнать зайца.

1324. 1) 55; 3) 70.

1332. 9 двузначных чисел.

1339. 1) $9\frac{5}{6}$; 2) $5\frac{1}{6}$; 3) $6\frac{1}{2}$; 4) $\frac{1}{20}$.

1340. 18.

1341. Первый токарь – за 24 дня, второй токарь – за 40 дней.

1343. За 4 часа. **1346.** $19\frac{1}{4}$ кг. **1348.** 468 м.

1349. На 2 часа раньше. **1356.** 75 страниц.

1357. На 24%. **1359.** 20 л. **1362.** $AC = 8$ см.

1363. 15 учеников занимаются в спортивном кружке, 6 – в шахматном.

Алфавитный указатель

Б

Бесконечное множество 93

Биссектриса угла 134

В

Вершины параллелепипеда 173

Виды углов 144

Високосный год 162

Г

Год 161

Градусная мера угла 134

Грани параллелепипеда 173

Графическая диаграмма 167

Д

Десятичная дробь 16

Десятичные знаки 17

Диаграммы 165

Диаметр окружности (круга) 157

З

Задачи на множества 107

Задачи на проценты 130

Задачи на разрезание фигур 177

Задачи на склеивание фигур 177

Задачи на совместную работу 11

И

Измерение угла 139

Изображение множеств 93

К

Конечное множество 93

Круг 158

Круги Эйлера–Венна 94

Круговая диаграмма 167

Круговой сектор 162

Л

Линейная диаграмма 166

М

Множества 92

Многоугольники 150

Н

Нахождение дроби от числа 3

Нахождение числа по его дроби 4

Нахождение процентов от данного числа 118

Нахождение числа по его процентам 125

О

Объединение множеств 103

Округление десятичных дробей 82

Окружность 157

Острый угол 145

П

Перевод обыкновенной дроби в десятичную 24

Пересечение множеств 102

Периметр многоугольника 151

Подмножество 97

Полный угол 145

Построение угла 139

Простой процентный рост 122

Проценты 111

Прямой угол 144

Пустое множество 93

Р

Равные множества 98

Равные углы 143

Радиус окружности 157

Развернутый угол 134

Развертка куба 174

Развертка прямоугольного параллелепипеда 173

С

Сложение десятичных дробей 37

Сравнение десятичных дробей 30

Сравнение углов 143

Столбчатая диаграмма 165

Сутки 161

Т

Таблицы 168

Транспортир 139

Тупой угол 145

У

Угол 133

Умножение десятичных дробей 51

Э

Элементы множества 92

СОДЕРЖАНИЕ

3.14. Нахождение дроби от числа. Нахождение числа по его дроби	3
3.15. Задачи на совместную работу	11

Глава IV. ДЕСЯТИЧНЫЕ ДРОБИ. ДЕЙСТВИЯ НАД ДЕСЯТИЧНЫМИ ДРОБЯМИ

4.1. Десятичная дробь. Чтение и запись десятичных дробей	16
4.2. Перевод десятичной дроби в обыкновенную, обыкновенной дроби – в десятичную	24
4.3. Изображение десятичной дроби на координатном луче. Сравнение десятичных дробей	30
Исторические сведения	36
4.4. Сложение и вычитание десятичных дробей	37
4.5. Умножение десятичной дроби на натуральное число	45
4.6. Умножение десятичных дробей	51
4.7. Деление десятичной дроби на натуральное число	57
4.8. Деление десятичной дроби на десятичную дробь	65
4.9. Умножение и деление десятичной дроби на 10, 100, 1000, ... и на 0,1; 0,01; 0,001;	72
4.10. Арифметические действия над обыкновенными и десятичными дробями. (Упражнения для повторения главы IV)	78
4.11. Округление десятичных дробей	82
Исторические сведения	89
4.12. Числовые последовательности, составленные из дробей	90

Глава V. МНОЖЕСТВА

5.1. Множество. Элементы множества. Изображения множеств.	92
5.2. Подмножество	97
5.3. Пересечение множеств. Объединение множеств	102
5.4. Задачи на множества	107
Упражнения для повторения главы V	109

Глава VI. ПРОЦЕНТЫ

6.1. Проценты	111
---------------------	-----

6.2. Нахождение процентов от данного числа	118
Исторические сведения	124
6.3. Нахождение числа по его процентам	125
Упражнения для повторения главы VI.	
Задачи на проценты.....	130

Глава VII. УГЛЫ. МНОГОУГОЛЬНИКИ

7.1. Угол. Градусная мера угла	133
Краткие сведения о градусе	138
7.2. Транспортир. Измерение и построение углов.....	139
7.3. Сравнение углов. Виды углов. Чертежный треугольник ..	143
7.4. Многоугольники	150
Упражнения для повторения главы VII	155

Глава VIII. ДИАГРАММЫ

8.1. Окружность. Круг	157
Исторические сведения	162
8.2. Круговой сектор	162
8.3. Способы представления статистических данных.	
Столбчатые, линейные, круговые и	
графические диаграммы. Таблицы	165

Глава IX. РАЗВЕРТКИ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ФИГУР

9.1. Прямоугольный параллелепипед и его развертка	173
9.2. Задачи на разрезание фигур.	
Задачи на склеивание фигур	177

Упражнения для повторения пройденного за год

1. Натуральные числа и нуль	179
2. Делимость натуральных чисел	180
3. Обыкновенные дроби и действия над ними	181
4. Десятичные дроби и действия над ними	182
5. Множества	183
6. Проценты	184
7. Углы. Многоугольники	184
8. Диаграммы. Развертка прямоугольного	
параллелепипеда	185
Алфавитный указатель	187

Учебное издание
Алдамуратова Турмыскуль Алдамуратовна
Байшолова Карлыгали Советовна
Байшолов Ерзин Советов

МАТЕМАТИКА

Учебник для 5 класса общеобразовательной школы
Часть 2

Редактор Н. Жигалова
Специредактор Л. Сивакина
Художественные редакторы Д. Сабитова, М. Нурбеков
Технический редактор О. Рыспаева
Корректор И. Кривая
Компьютерная верстка А. Чалимгулова

ИВ М 032

Сдано в набор 11.01.2017. Подписано в печать 13.05.2017. Формат 70х100^{1/16}.
Бумага офсетная. Печать офсетная. Гарнитура «Школьная». Усл.-печ. л. 16,6.
Эч. вад. л. 10,32. Тираж 30 000 экз. Заказ №2458.

ООО «Корпорация «Атамұра», 050000, г. Алматы, пр. Абылай хана, 75.
Политграфиздат ТОО «Корпорация «Атамұра» Республика Казахстан, 050003,
г. Алматы, ул. М. Мағалыева, 41.